

Technická univerzita v Liberci

FAKULTA PEDAGOGICKÁ

Katedra: Primárního vzdělávání
Studijní program: Učitelství pro ZŠ
Kombinace: Učitelství pro 1. stupeň ZŠ

HRY A HLAVOLAMY PRO ROZVOJ PROSTOROVÉ PŘEDSTAVIVOSTI

GAMES AND PUZZLES FOR DEVELOP OF STEREOMETRIC IMAGINATION

Diplomová práce:

Autor:

Lenka VRBICKÁ

Podpis:

Adresa:

Březhradská 179

503 32 Hradec Králové

Vedoucí práce: Doc. PaedDr. Jaroslav Perný, Ph.D.

Počet

stran	slov	obrázků	grafů	pramenů	příloh
68	13124	39	13	42	12

V Liberci dne: 27.4.2006

Katedra: primárního vzdělávání

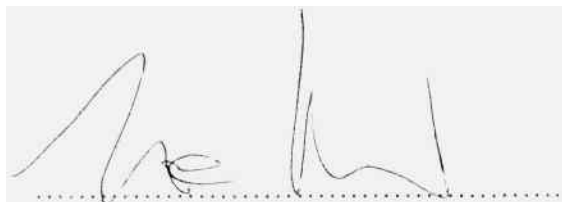
ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(pro magisterský studijní program)

pro (diplomant) Lenka VRBICKÁ
adresa: Březhradská 179. 503 32 Hradec Králové
obor (kombinace): Učitelství pro 1. stupeň ZŠ
Název DP: Hry a hlavolamy pro rozvoj prostorové představivosti
Název DP v angličtině: Games and puzzles for development of stereometric imagination
Vedoucí práce: Doc. PaedDr. Jaroslav Perný, Ph.D.
Konzultant:
Termín odevzdání: duben 2006

Pozn. Podmínky pro zadání práce jsou k nahlédnutí na katedrách. Katedry rovněž formulují podrobnosti zadání. Zásady pro zpracování DP jsou k dispozici ve dvou verzích (stručné, resp. metodické pokyny) na katedrách a na Děkanátě Fakulty pedagogické TU v Liberci.


V Liberci dne 21.6.2005



děkan



vedoucí katedry

Převzal (diplomant): 

Datum: 

Podpis: 

Název diplomové práce: Hry a hlavolamy pro rozvoj prostorové představivosti

Vedoucí diplomové práce: Doc. PaedDr. Jaroslav Perný, Ph. D.

Úvod:

Při motivaci a vyvolávání zájmu žáku o matematiku je možno využít jejich přirozené snahy hrát si a řešit zajímavé úlohy jak při vyučování, tak i mimo vyučovací hodiny. Tato snaha je zřetelná zejména u žáků 1. stupně základní školy..

Cíl:

Vybrat a připravit řadu didaktických her a hlavolamů, které by napomáhaly rozvoji prostorové představivosti. Tyto realizovat s žáky 1. stupně základní školy. Přitom sledovat jaké jsou v této oblasti odlišnosti vzhledem k věku, k pohlaví a dalším faktorům.

Požadavky:

Znalost obsahu učiva na základní škole.
Práce s učebnicemi a sbírkami úloh pro ZŠ.

Literatura:

Hejný, M. a kol.: Teória vyučovania matematiky 2. Bratislava, SPN 1990

Půlpán, Z. - Kuřina, F. - Kebza, V.: O představivosti a její roli v matematice. Praha. Academia 1992.

Krejčová, E.- Volfová, M: Didaktické hry v matematice. Hradec Králové. Gaudeamus 1995.

Riedlová, I.: Hádanky a hlavolamy pro rozvoj myšlení dětí. Praha, Portál 2001.

Učebnice matematiky pro ZŠ.

Sbírkky úloh z matematiky pro ZŠ.

Prohlášení

Byl(a) jsem seznámen(a) s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci (TUL) nezasahuje do mých autorských práv užitím mé diplomové práce pro vnitřní potřebu TUL.

Užiji-li diplomovou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti TUL; v tomto případě má TUL právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Diplomovou práci jsem vypracoval(a) samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím diplomové práce a konzultantem.

Datum 27.4.2006

Podpis

Poděkování

Ráda bych poděkovala svému vedoucímu práce za jeho cenné rady a trpělivost. Můj dík patří také všem učitelkám a žákům, kteří se zúčastnili průzkumu a umožnili mi jej realizovat v jejich třídách. Tato práce by nevznikla bez podpory mojí rodiny a tak děkuji také jim.

Hry a hlavolamy pro rozvoj prostorové představivosti

Anotace

Diplomová práce (dále DP) se zabývá schopností prostorové představivosti u žáků prvního stupně základní školy a možnostmi jejího rozvíjení. V první části vymezuje pojem prostorová představivost. Praktická část je zaměřena na využití her a hlavolamů v hodinách matematiky, obsahuje sbírku úloh vhodných pro práci s žáky. Experimentální část DP popisuje zkušenosti z práce s některými z navržených úloh. Průzkum zjišťuje schopnost prostorové představivosti žáků v závislosti na věku a pohlaví. Přílohy obsahují ukázky práce žáků.

Klíčová slova: prostorová představivost, didaktická hra, hlavolam, sbírka úloh

Games and Puzzles for Development of Stereometric Imagination

Annotation

The Diploma Thesis (= DT) deals with abilities of stereometric imagination of pupils of basic school and it deals with possibilities of improve stereometric imagination. In the first part the concept of stereometric imagination is defined. The Practical part is focused on the use of games and puzzles in mathematic lessons; it contains collection of problems that are suitable for work with pupils. The experimental part of DT describes experience from working with some of the suggest problems. The Research probe ability of stereometric imagination of pupils depending on age and sex. Insets contain some samples of pupils work.

Key words: Stereometric imagination, didactic game, puzzle, collection of problems

Spiele und Denkaufgaben für die Entfaltung der räumlichen Vorstellungskraft

Annotation

Die Diplomarbeit (=DA) beschäftigt sich mit der Fähigkeit der räumlichen Vorstellungskraft bei Schülern der Grundschule und deren Entfaltungsmöglichkeiten. Im ersten Teil wird der Begriff der räumlichen Vorstellungskraft abgegrenzt. Der praktische Teil konzentriert sich auf die Verwendung der Spiele und der Denkaufgaben in Mathematikstunden. Er beinhaltet eine Sammlung der für die Arbeit mit Schülern geeigneten Aufgaben. Der experimentale Teil der DA beschreibt Erfahrungen aus der Arbeit mit einigen vorgeschlagenen Aufgaben. Die Untersuchung stellt die Fähigkeit der räumlichen Vorstellungskraft der Schüler in der Abhängigkeit vom Alter und vom Geschlecht fest. Die Anlagen beinhalten Muster von Schülerarbeiten.

Schlüsselwörter: die räumlichen Vorstellungskraft, das didaktische Spiel, die Denkaufgabe, die Aufgabesammlung

ÚVOD.....	5
TEORETICKÁ ČÁST	6
1. Prostorová představivost.....	6
1.1 Prostorová představivost – obsah výuky 1. stupně základní školy.....	6
1.2 Co je prostorová představivost	7
1.3 Schopnosti žáků mladšího školního věku.....	8
2. Rozvíjení prostorové představivosti	9
2.1 Poznávací proces.....	9
2.2 Zkušenost	9
2.2.1 „Metoda genetické paralely“	9
2.2.2 Experiment.....	10
2.3 Shrnutí.....	10
3. Netradiční formy výuky.....	10
3.1 Problémové vyučování	11
3.2 Projektové vyučování	11
3.3 Didaktické hry.....	11
3.4 Matematické soutěže.....	12
3.4.1 Matematická olympiáda.....	12
3.4.2 Klokán.....	12
3.4.3 Další soutěže	13
3.5 Matematické pohádky	13
4. Hra a hlavolam.....	13
4.1 Hra jako prostředek učení	13
4.2 Hlavolam.....	14
4.2.1 Co je to hlavolam?	14
4.2.2 Význam hlavolamů	15
4.3 Věková doporučení pro hry a hlavolamy.....	16
PRAKTICKÁ ČÁST	18
1. Hlavolamy vhodné pro použití na 1. stupni ZŠ	18
1.1 Hlavolamy zařazované od prvního ročníku	18
1.1.1 Mozaika	19
1.1.2 Skládanka.....	19
1.1.3 Hrací kostky	20
1.1.4 Který dílek patří do obrázku	20
1.2 Hlavolamy zařazované ve druhém a třetím ročníku	21
1.2.1 Železnice	21
1.2.2 Sirkové úlohy	21
1.2.3 Barevné kostky	22
1.2.4 Přesouvání barvených čtverců	23
1.2.5 Tangram	23
1.2.6 Indiánská mozaika	24
1.2.7 Kreslení do bodové sítě.....	25
1.2.8 Doplnění plánků hracích kostek	26
1.2.9 Skládání čtverců.....	26

1.3	Hlavalamy zařazované ve čtvrtém a pátém ročníku	27
1.3.1	Pentamino	27
1.3.2	Evereto	28
1.3.3	Quadromino	28
1.3.4	Obrázky z kružnic	29
1.3.5	Písmo v zrcadle	30
1.3.6	Kostka Soma	30
1.3.7	Obdélník z devíti čtverců	31
1.3.8	Kouzelný kruh	31
1.3.9	MacMahonovy kostky	32
2.	Zastoupení her a hlavolamů v učebnicích	34
EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST		36
1.	Metody práce	36
2.	Realizace průzkumu	36
2.1	Postup práce	36
2.2	Přípravy hodin	37
2.3	Výsledky pozorování	43
2.4	Testové úlohy	50
3.	Výsledky průzkumu	53
3.1	Porovnání výsledků podle věku respondentů	54
3.2	Porovnání výsledků žáků experimentálních a kontrolních tříd	55
3.3	Porovnání úspěšnosti respondentů podle pohlaví	58
POUŽITÉ ZDROJE		62
SEZNAM PŘÍLOH		65

ÚVOD

Prostorová představivost je jednou z mnoha schopností, kterou člověk využívá ve svém každodenním životě. Její nedostatečné rozvinutí často působí potíže. Každý člověk má možnost ji sám u sebe rozvíjet, ať už řešením situací z běžného života mezi které patří např. stěhování nábytku v bytě nebo prostřednictvím různých her a hříček vymyšlených právě k cvičení prostorového vidění a logického myšlení.

Často si uvědomuji nedostatky ve schopnosti prostorové představivosti ať už u sebe nebo u svých přátel, proto jsem se rozhodla své schopnosti zlepšit a nabídnout tuto možnost i dalším. Vždyť schopnost prostorové představivosti požadujeme už na žácích prvního stupně. Obvykle se setkávám s názorem, že lepší prostorovou představivost mají muži, platí toto tvrzení i u dětí? Je vůbec schopnost prostorové představivosti závislá na věku?

Mohou hry a hlavolamy pozitivně ovlivnit prostorovou představivost žáků? Měla jsem možnost se s nimi setkávat už v dětském věku a vždy pro mne byly vítanou zábavou i obdobím urputného přemýšlení a nekonečného zkoušení různých možností. Hlavolamy jsou oblíbenými dárky mezi dospělými i dětmi, ty nejjednodušší pobaví při společenských akcích, složitější potrápí přátele, zatímco ty nejtěžší jsou skutečným potěšením pro sběratele. Kuriózním případem shledávám obdarování velikonočních koledníků ježkem v kleci.

Z těchto důvodů jsem se rozhodla vybrat některé hry a hlavolamy a nabídnout je nejen žákům, ale i jejich učitelům jako alternativu k „pouhému rýsování“ v hodinách geometrie. Zároveň je mým cílem zjistit, jaká je prostorová představivost žáků a jak závisí na jejich věku a pohlaví.

TEORETICKÁ ČÁST

V teoretické části se zabýváme vymezením pojmu prostorové představivosti, její schopností u žáků mladšího školního věku a možností tuto schopnost rozvíjet. Vysvětlujeme pojem hra a hlavolam a připomínáme jejich přednosti využitelné při výuce na prvním stupni základní školy. Dále zjišťujeme souvislost mezi prostorovou představivostí a použitím her a hlavolamů k jejímu rozvíjení a jaká omezení při tom musíme respektovat.

1. Prostorová představivost

1.1 Prostorová představivost – obsah výuky 1. stupně základní školy

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání rozděluje vzdělávací obor Matematika a její aplikace na čtyři tématické okruhy. Jsou jimi Číslo a početní operace (na který na druhém stupni navazuje Číslo a proměnná), Závislosti, vztahy a práce s daty, Geometrie v rovině a v prostoru, Nestandardní aplikační úlohy a problémy. Právě v posledních dvou okruzích je mimo jiné zahrnuta prostorová představivost. Tématický okruh Nestandardní aplikační úlohy a problémy je vymezen následovně.

„Důležitou součástí matematického vzdělávání jsou Nestandardní aplikační úlohy a problémy, jejichž řešení může být do značné míry nezávislé na znalostech a dovednostech školské matematiky, ale při němž je nutné uplatnit logické myšlení. Tyto úlohy by měly prolínat všemi tematickými okruhy v průběhu celého základního vzdělávání.“ ([12], str. 21)

Prostorová představivost byla jako učivo zařazena i v osnovách pro základní školy. Vzdělávací program základní škola hodnotí význam vyučovacího předmětu matematika následovně

„Matematika poskytuje žákům vědomosti a dovednosti potřebné pro orientaci v praktickém životě a vytváří předpoklady pro úspěšné uplatnění ve většině oborů profesionální přípravy i různých směrů studia na středních školách. Rozvíjí intelektuální schopnosti žáků, jejich paměť, představivost, tvořivost, abstraktní

myšlení, schopnost logického úsudku. Současně přispívá k vytváření určitých rysů osobnosti jako je vytrvalost, pracovitost, kritičnost.“ ([15], str. 59)

Rovněž Návrh osnov obecné školy sleduje cíle směřující k rozvoji osobnosti. „Geometrie na obecné škole je zcela opřena o zkušenost dětí a vede nejen k získání užitečných technických dovedností, ale především k rozvíjení orientace v prostoru, geometrické představivosti a estetickému cítění.“ ([10], str. 30)

Program národní školy dělí cíle ve výuce matematiky na cíle v oblasti postojů a cíle v oblasti dovedností a schopností. Mezi cíle v oblasti dovedností a schopností řadí také rovinnou a prostorovou představivost.

1.2 Co je prostorová představivost

Stejnou otázku si kladou autoři knihy Teória vyučovania matematiky 2 „Čo vlastne je priestorová predstavivosť? Zdá sa, že je to niečo, čo nám umožňuje vidieť to, čo ešte nie je – teda vytvárať si predstavy geometrických objektov a ich rozmiestenia; vedieť v predstave s týmito objektmi manipulovať.“ ([5], str. 353)

Na jednostrannost tohoto vymezení upozorňují autoři knihy O představivosti a její roli v matematice

„V literatuře, ale někdy i mezi matematickou veřejností, se chápe představivost více méně geometricky: jako schopnost vybavovat si obrazy těles nebo geometrických útvarů, které mají určité vlastnosti. To je pojetí velmi úzké. Psychologické pojetí představivosti je podstatně širší a vztahuje se většinou k roli, kterou představivost sehrává v životě člověka.“ ([11], str. 10)

V dalším textu pak rozšiřují pojem představivosti a rozlišují její dvě podoby. Chápou představivost jako základní psychickou funkci, která zajišťuje možnost zpřítomnění jevů, jež nejsou v danou chvíli přítomny. Může se tak díť ve smyslu rekonstruujícím, tedy vyvoláním již dříve známých podnětů z minulosti, i ve smyslu konstruktivním, invenčním, tj. z hlediska tvorby originálních, pouze na představách založených a ve své podstatě dosud neexistujících produktů.

1.3 Schopnosti žáků mladšího školního věku

Mladší školní věk, ohraničený věkem přibližně 6 až 12 let, který odpovídá věku žáků na prvním stupni základní školy, můžeme v souladu s M. Vágnerovou rozdělit do dvou období. Jsou jimi raný a střední školní věk.

„Raný školní věk trvá od nástupu do školy, tj. přibližně od 6 – 7 let do 8 – 9. Je charakteristický změnou životní situace a různými vývojovými změnami. Střední školní věk trvá od 8 – 9 let do 11 – 12 let, tj. do doby, kdy dítě přechází na 2. stupeň základní školy a začíná dospívat. V průběhu této fáze dochází k mnoha změnám, které jsou podmíněny nejen sociálně, ale i biologicky. Lze je považovat za přípravu na dobu dospívání.“ ([14], str. 148)

První období je specifické nástupem dítěte do školy a množstvím nároků, jež jsou na něj od té chvíle kladeny. Nastávají pro něj velké změny především v oblasti sociální, jeho okolí často klade důraz na rozvoj kognitivních znalostí. Prostorová představivost bezprostředně souvisí s celkovým vývojem dítěte. Týká se především vývoje kognitivního, je však závislá také na vývoji tělesném, neboť děti mladšího školního věku nejsou schopny abstraktního myšlení, jejich myšlení se váže na konkrétní předměty a manipulaci s nimi.

„Myšlení již respektuje zákony logiky; děti dokážou klasifikovat, třídit, řadit, zvládají inkluzi a jiné operace, přitom však se stále váží na názorné poznání, na konkrétní předměty a procesy, které lze přímo vnímat a představit si je, popřípadě s nimi manipulovat, prakticky si ověřit řešení problému. Jsou přitom značně individuální rozdíly v rozvinutosti myšlení podle vloh i způsobu vyučování.“ ([2], str. 231)

Názorné poznávání při výuce zdůrazňuje i Vágnerová, vychází z výzkumů J. Piageta, který toto období nazývá obdobím konkrétních logických operací. Děti školního věku dávají přednost takovému způsobu poznávání, kdy se mohou samy přesvědčit o pravdivosti verbálně prezentovaných informací. Z toho důvodu na počátku školní docházky využíváme názorné pomůcky, které pomáhají uvažování žáků a dávají jim možnost ověřit si výklad učitele prakticky, na nějakém konkrétním příkladu.

2. Rozvíjení prostorové představivosti

„Od narodenia sa človek pohybuje v priestore. Všetko, čo vidí, čoho sa dotýka, čo vníma, je trojrozmerné. Napriek tomu si trojrozmernosť priestoru človek iba zriedka uvedomuje a schopnosť predstaviť si priestorovú situáciu nie je nám vrodená ako danosť. Tú treba zámerne rozvíjať a pestovať...“ ([5], str. 367)

2.1 *Poznávací proces*

Pro rozvíjení schopnosti prostorové představivosti je důležité uvědomit si, jakým způsobem člověk poznává, tj. jakým způsobem probíhá poznávací proces. M. Hejný uvádí šest etap poznávacího procesu, jsou jimi motivace, tvorba separovaných modelů (získávání zkušeností), tvorba univerzálního modelu, vznik poznatku, jeho krystalizace a případně také automatizace. Kostru tohoto mechanismu tvoří motivace, zkušenosti a poznání v tomto pořadí. Motivace má funkci hybatele, rozpor v psychice žáka uvádí proces do pohybu. Intenzita získávání nových zkušeností závisí právě na motivaci. Jednotlivé zkušenosti se v psychice třídí, jsou organizovány a hierarchizovány. Po určitém čase nastává kvalitativní zdvih, jedná se o změnu kvantity zkušeností na novou kvalitu. Tou je nový abstraktně vyšší poznatek. Kvalitativní zdvih je okamžikem objevu, v kterém člověku objevuje to, co dosud neznal. (podle [5])

Jedinou etapou poznávacího procesu, kterou může učitel ovlivnit je motivace. Ta je však podle Hejného hybatelem poznávání, a tedy etapou nejdůležitější.

2.2 *Zkušenost*

2.2.1 *„Metoda genetické paralely“*

Metodou genetické paralely nazývá Hejný tezi, která se pokouší při vyučování aplikovat vývoj myšlení jak je známý z historie. Ve fylogenetickém vývoji geometrie je podstatné především nabývání řemeslnických zkušeností, experimentování a následná abstrakce.

„Podobne ako vo fylogénéze má geometria významný vplyv na formovanie svetonázoru aj v ontogenéze. Rozhodujúcu úlohu tu azda nehrá ani poznanie samo, ako skôr spôsob, ktorým ho žiak nadobúda. Ak sú žiakovi jednotlivé vety a

pojmy geometrie predkladané ako hotové a nemenné skutočnosti, bude mať jeho chápanie geometrie magický charakter. Ak sa však žiak zmocňuje pojmov a viet geometrie vlastnou aktivitou, experimentovaním, hľadaním súvislostí, tvorbou a preverovaním hypotéz a mnohonásobným prehodnocovaním svojho poznania, bude kvalita jeho znalostí hlbšia, plnšia a trvalejšia. Rozhodujúcu úlohu pri neformálnom poznávaní geometrie hrajú osobné skúsenosti žiaka, ktoré možno získať jedine experimentovaním.“ ([5], str. 325)

2.2.2 *Experiment*

Stejně jako Vágnerová poukazuje Hejný na potřebu žáků získat vlastní zkušenosti. Základním a nezastupitelným způsobem získávání geometrických zkušeností je podle něj experiment, neboť žáci základní školy mají přirozenou touhu zkoumat svět vlastní aktivitou. Tato vzácná schopnost se však, jak se zdá, s průběhem věku postupně vytrácí.

Další možností rozvíjení prostorové představivosti je podle Kuřiny geometrické kreslení. Je však nutné připomenout, že hovoří o geometrii v průběhu celé základní školy a nevěnuje se přímo žákům mladšího školního věku.

„Podle našeho názoru souvisí s vytvářením představ o geometrických útvarech pěstování geometrického kreslení. Žák si neosvojuje pojmy jen definicemi, ale především zkušenostmi z práce s příslušnými pojmy, mezi něž patří i kreslení geometrických útvarů.“ ([11], str. 35)

2.3 *Shrnutí*

Jako nejdůležitější podmínky pro rozvoj prostorové představivosti můžeme vybrat motivaci a velké množství zkušeností získaných převážně vlastní činností, experimentováním. Tak budou nejlépe odpovídat schopnostem žáků prvního stupně základní školy.

3. **Netradiční formy výuky**

V běžné vyučovací hodině matematiky je jen málokdy vymezen prostor pro zlepšení prostorové představivosti, především ve smyslu vymýšlení něčeho

nového. Jako alternativu k obvyklým postupům můžeme použít některé netradiční formy výuky, ve kterých je více prostoru věnováno samostatnému objevování žáků a méně se uplatňuje direktivní přístup učitele. Máme na mysli především problémové vyučování, projektové vyučování a soutěže, dále se zmíníme také o matematických pohádkách.

3.1 *Problémové vyučování*

Problémové vyučování dává možnost ukázat žákům použitelnost poznatků získaných ve škole. Matematické pojmy jsou vytvářeny na základě vhodných úloh a situací navozených učitelem, žák se tak podílí na tvorbě matematiky, kterou potřebuje k řešení problémů. „Problémovým vyučováním rozumíme takový systém vyučování, kdy žák samostatným zkoumáním dané problémové situace, formulací a řešením úloh dospívá k pochopení a tvorbě matematických pojmů a postupů a k řešení problémů.“ ([8], str. 14) Často vychází z experimentu a žákových zkušeností, vede k samostatnosti myšlení.

Pozitivní stránkou problémového vyučování je rozvíjení zájmu žáků o matematiku, zefektivnění vyučování matematice a možnost rozvíjení tvůrčích schopností dětí.

3.2 *Projektové vyučování*

„Výchovně vzdělávací projekt je integrované vyučování, které staví před žáky jeden či více konkrétních, smysluplných a reálných úkolů.“ ([6], str. 73) Téma projektu je dětem blízké, mohou se sami podílet na jeho volbě. Cílem projektu je vytvořit nějaký produkt, přičemž v průběhu projektu žáci plní dílčí úkoly k tomuto cíli vedoucí. Projektová práce vede žáky k samostatnosti, upřednostňuje samostatné objevování před pouhým přebíráním poznatků, vyhovuje nadaným žákům i dětem pomalejším možnostmi pracovat vlastním tempem. Význam projektového vyučování spočívá především ve smysluplnosti získávání poznatků.

3.3 *Didaktické hry*

„Didaktická hra je uvědomělá činnost, která má specifický význam a účel.“ ([7], str. 9) Ve vyučování je zdrojem motivace, pozitivně působí také na

aktivitu myšlení a rozumové úsilí žáků. Hře se podrobněji věnujeme ve čtvrté kapitole.

3.4 Matematické soutěže

Matematické soutěže obvykle žáci neřeší v rámci vyučovací hodiny, výjimku tvoří soutěž Klokán, o které se dále zmíníme podrobněji. Zahrnují v sobě problémové úlohy, přesahují však do volno-časových aktivit dětí. Podle množství dětí, které jsou do soutěže zapojeny je můžeme rozdělit na celorepublikové soutěže, místní soutěže (v rámci kraje, či obce) a soutěže v rámci školy či třídy.

3.4.1 Matematická olympiáda

Cílem matematické olympiády je vyhledávání talentovaných žáků a systematická podpora a rozvoj jejich odborného růstu. Pro pátý ročník základních škol je určena kategorie Z5, která probíhá ve školním a okresním soutěžním kole. Úkolem žáků je vyřešit samostatně úkoly daného kola a jejich řešení zapsat tak, aby byl zřejmý myšlenkový postup, který k němu vedl.

3.4.2 Klokán

Záměrem této soutěže není nalézat nejtalentovanější žáky, ale dát možnost všem dětem prožít radost ze soutěžení. Přibližuje žákům matematiku prostřednictvím řešení netradičních úloh, umožňuje jim porovnání se spolužáky, ale i stejně starými dětmi v celé republice a evropských státech. Jedná se o soutěž jednorázovou a individuální. Koná se ve všech školách pořadatelských zemí ve stejný den a hodinu. Soutěž má podobu testu, ve kterém žáci vybírají vždy jednu správnou odpověď, z několika nabízených. Úlohy jsou uspořádány od nejsnazších k nejobtížnějším, obtížnost úlohy se odráží také v jejím bodovém ohodnocení, od tří do pěti bodů. Další zvláštností bodového hodnocení je ztráta jednoho bodu v případě chybné odpovědi, pokud žák na otázku neodpoví, žádné body nezíská ani neztrácí. Aby se účastník nedostal do minusových bodových hodnot, vstupuje do soutěže se 30 resp. 24 body, které odpovídají počtu řešených úloh.

Soutěží se v pěti kategoriích, žákům prvního stupně je určena kategorie Klokánek pro 4. až 5. ročník základních škol.

3.4.3 Další soutěže

Zmínit bychom měli také soutěže probíhající v rámci školy většinou formou matematických nástěnek. Mohou zde soutěžit jednotlivci, ale také celé třídní kolektivy. Tyto soutěže mají dlouhodobý charakter, bývají rozděleny do několika kol, v jejichž průběhu žáci získávají body za správně vyřešené úlohy. Nejlepší řešitelé jsou odměněni drobnými cenami.

Další možností jsou korespondenční semináře pořádané základními a středními školami nebo zájmovými organizacemi. V případě organizace střední školou se na jejich zadávání i hodnocení účastní sami žáci této školy. Tyto soutěže se objevují také na internetových stránkách. Pro účastníky těchto soutěží je motivací uplatnění se mezi řešiteli z různých škol. Všem výše zmíněným soutěžím je pak společné napjaté očekávání výsledků.

3.5 Matematické pohádky

Prolínají se s výše zmiňovanými formami výuky, úlohy některých soutěží jsou zadávány formou příběhu či pohádky nebo mají alespoň hlavního hrdinu. Naopak do pohádek můžeme vložit problémové úlohy. Pohádka tak vytváří kontext pro zadání matematické úlohy, která souvisí s dějem a není pouhým procvičováním látky, ale tvoří s pohádkou jednotný celek. Pohádkovou formou může být proveden i výklad nového učiva. Tato forma je vhodná především pro mladší žáky, kteří se s pohádkou setkávají jako s nejčastějším literárním žánrem.

4. Hra a hlavolam

Právě hry a hlavolamy dobře splňují výše zmíněné podmínky pro rozvoj prostorové představivosti. Jsou pro děti lákavým způsobem trávení času, v případě her dokonce přirozenou součástí života. Hlavolamy naopak lákají neobvyklým způsobem řešení, nalezením dosud neznámého postupu.

4.1 Hra jako prostředek učení

Hra doprovází člověka po dobu celého života. V předškolním věku je dokonce jeho hlavní náplní. Rozvíjí schopnosti a dovednosti dítěte, stimuluje jeho

tvořivost, tvůrčí způsob myšlení, přispívá k hlubšímu sebepoznání. Zdokonaluje smysly, postřeh a paměť.

Didaktickým hrám v matematice se věnují Krejčová a Volfová. Podávají zdůvodnění, proč má hra nezastupitelnou roli ve výuce na prvním stupni základní školy. Poukazují především na její motivační roli.

„Zvláště v počátečních ročnících by se hra měla stát převažující metodou, neboť tam o efektivnosti učení rozhoduje zejména přitažlivost a zajímavost forem, kterými se určitý obsah předkládá dítěti k osvojení. Navozuje se tím na nejvýraznější rysy dětské osobnosti: hravost, spontánnost a aktivitu.“ ([7], str. 9)

Autorky dále podávají vysvětlení pojmu didaktická hra, tou je uvědomělá činnost, která má specifický význam a účel. Působí jako zdroj motivace, zvyšuje aktivitu myšlení a rozumové úsilí, zlepšuje koncentraci a pozornost. Od spontánní hry se liší tím, že účast v ní je povinná.

Didaktické hry můžeme využívat v mnoha předmětech. Kromě obecných vlastností jako je spolupráce, soustředěnost a vytrvalost rozvíjíme také specifické schopnosti a dovednosti.

„Matematické hry přinášejí i další možnosti: pěstují logické myšlení, kombinační úsudek a paměť, přispívají k lepšímu vytváření pojmů, cvičí představivost, orientaci v rovině a v prostoru. Ve školní práci obecně pak rozvíjejí tvořivé způsoby uvažování, zvyšují aktivitu myšlení a rozumového úsilí, plní důležitou funkci motivační, zlepšují koncentraci pozornosti, mohou napomáhat v překonávání těžkostí při řešení úloh.“ ([7], str. 10)

4.2 Hlavalam

Asi nejznámějšími hlavalami v České republice jsou Rubikova kostka a ježek v kleci. Někteří lidé je používají téměř jako synonyma slova hlavalam.

4.2.1 Co je to hlavalam?

Podle Slovníku spisovné češtiny pro školu a veřejnost, vydaného v roce 2000, je to těžce řešitelná úloha, hádanka apod. V této práci se zaměřujeme na hlavalami matematické a ještě přesněji ty, které mohou rozvíjet prostorovou představivost. Můžeme je dále rozdělit na úlohy, které je možné řešit „jen

v hlavě“ případně na papíře a mechanické hlavolamy, které vyžadují součinnost myšlení a fyzické manipulace s předměty. Právě těm dáváme přednost, neboť lépe odpovídají vývojovým schopnostem žáků prvního stupně. Je poměrně obtížné vyjmenovat a popsat všechny známé hlavolamy, o jejich klasifikaci se pokusil E. Bakalář v knize I dospělí si mohou hrát.

„Mechanické hlavolamy bývají nejrůznějšího provedení: může to být jen několik ústřížků kartónu nebo naopak nějaký složitý výrobek ze dřeva nebo kovu... Nejčastěji jsou ve formě skládání nějakého tělesa (u nás na trhu: hvězda, pyramidy, kříž), obrazce (čtverce), vyvlékání drátů, provlékání šňůr uzavřených kroužky a kuličkami, přesouvání těles v uzavřeném prostoru, přemisťování a kombinování jednotlivých prvků tak, aby bylo dosaženo předepsaného seskupení (hra „15“), vyprošťování těles (ježek v kleci) nebo speciálně zkonstruovaná bludiště. Existuje mnoho hlavolamů, které ani dobře nejde klasifikovat.“ ([1], str. 158)

Přesto můžeme nalézt specifický znak, kterým by bylo možno popsat všechny hlavolamy. Jejich společným jmenovatelem je neznalost postupu či chybějící návod. Řešení úlohy má obvykle „nějaký háček“, nelze ji splnit obvyklým způsobem, tak jak by se na první pohled zdálo. Nutí řešitele k neustálému intenzivnímu přemýšlení, změně přístupu, kombinování a zapamatování si postupů. Učí ho dívat se na problém z více stran, dokonce i málo obvyklými způsoby.

4.2.2 Význam hlavolamů

Již z předchozího popisu je patrné, že každý hlavolam rozvíjí schopnosti člověka. Bakalář podrobně popisuje, jak působí řešení hlavolamů na psychiku, a které schopnosti může rozvíjet.

„V mysli dítěte či dospělého probíhají při řešení hlavolamů složité procesy. Psycholog v nich spatřuje cvičení představivosti, paměti, kombinačního úsudku a logiky, trénink taktických a strategických postupů, uvolnění a rozvoj tvůrčího, konstruktivního, originálního myšlení. Navíc posiluje řešení hlavolamů např. schopnost soustředění, povahové rysy, jako je vytrvalost, trpělivost aj. Souhrnně lze říci, že dochází k rozvíjení více složek inteligence, tvořivosti a k upevnění

žádoucích povahových vlastností. Cenným zážitkem je pak moment vyřešení, pozitivně obohacující citovou oblast a podněcující k dalším podobným zážitkům.“ ([1], str. 158)

Je patrné, že hlavolam můžeme použít pro rozvoj vlastností a schopností, kterých si u lidí ceníme, a které se snažíme rozvíjet také u žáků mladšího školního věku. Pro úplnost je nutno dodat, že hlavolam slouží také jako prostředek diagnostický.

Při pozorování dítěte či dospělého řešícího hlavolam zjišťujeme mnoho o jeho schopnostech, taktice, strategii, představivosti originalitě myšlení atd. V průběhu řešení se mohou plně projevit povahové vlastnosti doposud skryté, jedná se vlastně o příhodnou zkušební situaci. Pokud se řešitel doposud s podobnou úlohou nesetkal, vkládá do jejího řešení celou svou osobnost. Podobně jako se chová při řešení úlohy, bude se projevovat i v jiných životních situacích.

Právo interpretovat výsledky takové činnosti má pouze psycholog. I učitel ale snadno pozná, zda je dítě při práci netrpělivé, zda pracuje systematicky nebo jen náhodně zkouší různé možnosti, soustředí se na vlastní práci nebo pozoruje jak problém řeší ostatní.

4.3 Věková doporučení pro hry a hlavolamy

Hry a hlavolamy rozvíjejí požadované schopnosti a dovednosti, odpovídají i požadavkům poznávacího procesu, přesto se musíme zamyslet nad tím, jak odpovídají věku žáků. Doba pěti let, po kterou jsou děti na prvním stupni základní školy, je vzhledem k jejich věku dlouhým obdobím. Podle Vágnerové, je dokonce vhodné tuto dobu rozdělit do dvou věkových období.

Hru často považujeme za činnost dětskou, i když jak už bylo zmíněno provází člověka po celý život. I u ní však musíme zohlednit věk žáků.

„Měla by odpovídat věkovým zvláštnostem a schopnostem dětí, aby se skutečně uplatnila motivace hrou: mladší žáci vítají zejména hry naplněné prvky tajemnosti a záhady; hlavolamy si oblíbí nejspíše děti až po desátém roce věku. Slabší žáci budou hrát raději ve skupině, nadanější a starší zpravidla upřednostňují hry individuální.“ ([7], str. 10)

Jak je to s hlavolamy? Nejvíce informací o nich jsme čerpali z knihy E. Bakaláře, jejíž název sám o sobě říká, že je určena dospělým. Jak se k tomuto problému vyjadřuje její autor?

„Pokud jde o případnou obavu, zda hlavolamy patří do rukou dětí – za pokus to vždy stojí. U dětí tak zhruba od sedmi do deseti let je ovšem nutno počítat s menší mírou motivace. Něco zvládnout, vyřešit není pro ně ještě takovou potřebou či hodnotou jako pro děti starší. Obecně platí, že čím je dítě mladší, tím kratší dobu u své hračky či úlohy vydrží. Naproti tomu však tyto děti rády napodobují starší (sourozence, rodiče), ztotožňují se s nimi a chtějí dělat to, co oni. Zájem u těch mladších bude tedy větší, budou-li mít příklad.“ ([1], str. 160)

Ve třídě žákům chybí příklad staršího sourozence či rodiče, jediným příkladem jim může být učitel. Zvláště v počátečních ročnících základní školy bývá učitel dětmi milován, děti také velice citlivě reagují na atmosféru ve třídě. Pokud chceme představit hlavolam mladším žákům je nutné určité nadšení pro řešení úlohy a velká trpělivost ze strany učitele, dále pak klidná pracovní atmosféra ve třídě. Musíme být připraveni práci okamžitě ukončit, pokud je pro žáky příliš náročná a připravit úlohy snazší, které nabídneme jako náhradu. Všichni žáci by měli zažít pocit úspěchu.

Děti asi od deseti let se již samy hlavolamy zabývají, jsou zvědavé, podnikavé, soutěživé. Především chlapci projevují zájem o techniku, rozebírání, modelování i hlavolamy.

Podobné mínění vyjadřuje i M. Hejný, všímá si období v dětském věku, která se zdají být podstatná pro rozvoj schopnosti prostorového vidění. Pokud tato období nejsou využita, ztrácí člověk možnost rozvinout svoje schopnosti do té míry, kterou má geneticky k dispozici. První období nalézá ve věku 5 – 6 let. V tomto věku si děti nejvíce hrají se stavebnicemi, jsou to však především chlapci. Tím Hejný odůvodňuje lepší rozvinutí prostorového vidění u chlapců. Druhým obdobím je věk asi 11 – 12let. „V tomto věku žiaci citlivo reagujú na podnety stereometrických úloh, rozvíja sa ich schopnosť manipulovať s priestorovými objektmi bez modelu či obrázka, čisto len v predstave.“ ([5], str. 368)

PRAKTICKÁ ČÁST

V praktické části se zaměřujeme na popis jednotlivých her a hlavolamů použitelných při výuce geometrie na prvním stupni základní školy. Dále uvádíme možnosti práce s nimi včetně výroby některých hlavolamů. V návaznosti na tyto informace zjišťujeme, zda učebnice matematiky používané na základních školách využívají práci s hlavolamy.

Hranice mezi hrou a hlavolamem často splývá, u mladších dětí mluvíme spíše o hře, zatímco starší žáci již řeší hlavolamy. I u hry je však třeba přemýšlet a nacházet neobvyklé postupy. Z toho důvodu budeme v následujícím textu používat slova hlavolam a hry jako volně zaměnitelná.

1. Hlavolamy vhodné pro použití na 1. stupni ZŠ

Mnoho hlavolamů má tu výhodu, že není jen jednorázovou zábavou. Naopak nabízí další možnosti práce, případně zadání vyhovuje více řešením a na řešiteli je nalézt jich co největší množství. Další možnosti pak nabízí výroba hlavolamu, při které můžeme využít dovedností, které žáci získávají v geometrii i v jiných předmětech. Na tyto možnosti dalšího využití hlavolamů při výuce se v následujících kapitolách zaměříme. Jednotlivé hlavolamy jsou řazeny od jednoduchých po složité, u některých můžeme měnit náročnost změnou zadání a zařazení do jednotlivých ročníků tedy není striktní. Hlavolamy jsou řazeny do věkových kategorií pro větší přehlednost, zařazení obvykle vyplývá z korelace s učivem v daného ročníku.

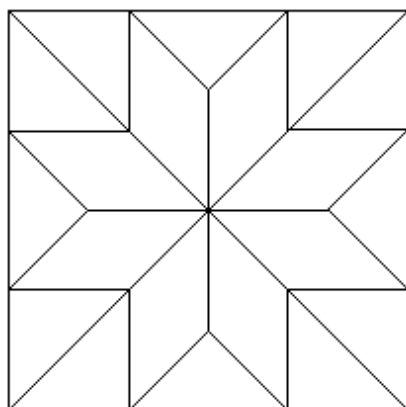
1.1 Hlavolamy zařazované od prvního ročníku

V prvním ročníku navazujeme na hravé činnosti, mezi které patří stavění z kostek nebo skládání obrazců a mozaik. Cílem je seznámení žáků s geometrickými útvary a rozvoj orientace v ploše. Činnost dětí je určována učitelem, ale dává prostor také dětské fantazii.

1.1.1 Mozaika

Úkolem je sestavit čtverec z barevných geometrických útvarů, obvykle trojúhelníků a kosočtverců (Obrázek 1). Zpočátku děti skládají podle předlohy, později si vymýšlí vlastní vzory. Jedná se o úlohu spíše dekorativní než geometrickou, která však dává dětem možnost seznámit se s geometrickými útvary. Především nutnost některý tvar převrátit, potočit nebo posunout má význam pro budoucí práci v geometrii, žáci získávají praktické zkušenosti se shodným zobrazením a představu souměrností.

Mozaiku snadno připravíme z tužšího papíru různých barev. Jednotlivé dílky mohou vystříhat sami žáci. Při práci opakujeme názvy geometrických útvarů. Pro děti je snazší skládat mozaiku například v daném rámečku nebo na předkresleném tvaru, kdy se mohou více soustředit na barevné kombinace a méně na vytvoření tvaru čtverce. V takto skládaných obrázcích se často objevuje souměrnost podle středu čtverce nebo podle jeho osy. Hotové mozaiky můžeme podlepit papírem a dále využívat.



Obrázek 1

1.1.2 Skládanka

Skládat můžeme budovy (hrad, dům, továrna) nebo geometrické útvary. Používáme stejné dílky jako v mozaice, u stavby budov můžeme přidat kruh, dále přidáme různé velikosti geometrických útvarů. Je vhodné pracovat ve dvojicích. Při stavbě budovy lepší žáci jednotlivé dílky skládanky na papír, nemusí použít všechny dílky, které jsou k dispozici. Při skládání geometrických skládanek naopak vyžadujeme užití všech dílů a skládanku nelepíme.

Skládáním rozvíjíme představivost a tvořivost žáků, dále manipulační dovednosti. U geometrických skládanek je podstatná zkušenost žáků, kterou mohou později využít například při určování obsahů obrazců, které je nejprve nutné rozdělit na základní geometrické útvary.

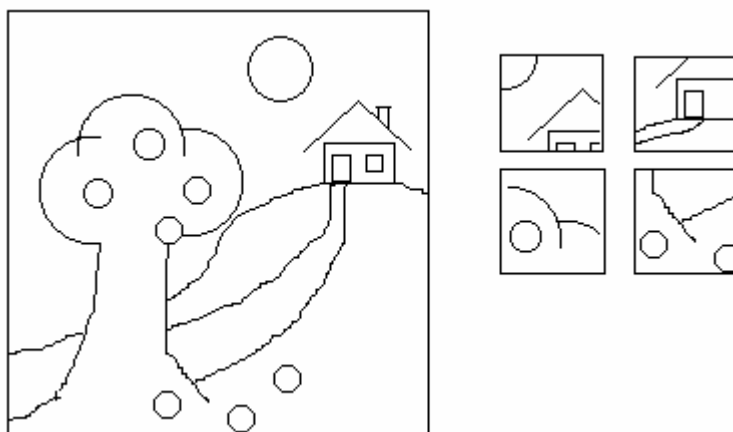
1.1.3 Hrací kostky

Žáci mají napsat nebo říci číslo, které je na spodní stěně kostky, kterou vidí z nadhledu. Učitel musí žáky seznámit s konvencí tvoření hracích kostek, tj. součet bodů na protilehlých stěnách kostky je roven sedmi. Pravidlo si mohou žáci vyvodit sami při řešení úkolů zadaných učitelem, např. postavte kostku tak, abyste před sebou měli pět bodů, Podívejte se jaké číslo je na zadní straně kostky. Kolik je pět plus dvě?

Při řešení úloh s hracími kostkami si žáci opakují sčítání a odčítání. Pro geometrii je podstatné upevňování základních pojmů jako je horní stěna, dolní stěna atd.

1.1.4 Který dílek patří do obrázku

Podobné úlohy můžeme najít v dětských časopisech, v obrázku je prázdné místo ve tvaru čtverce, děti mají k dispozici několik možných výřezů z obrázku a mají za úkol poznat ten, který do obrázku patří. Těžší variantou je úloha zadaná pomocí obrázku a několika výřezů z něj, které v obrázku nejsou označeny. Žáci mají určit, který výřez z obrázku nepochází.



Obrázek 2

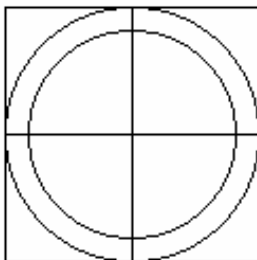
1.2 Hlavalamy zařazované ve druhém a třetím ročníku

Ve druhém ročníku již žáci znají geometrické útvary v rovině i v prostoru. Seznamují se s rýsovacími pomůckami, uvědomují si rozdíl mezi rovnou a křivou čarou, zabývají se měřením délek úseček. Učivo ve třetím ročníku je zaměřeno na rovinné obrazce, měření délek úseček a určení obvodů jednoduchých obrazců sečtením délek jejich stran. Hlavalamy, které do třetího ročníku zařazujeme jsou náročnější než v předchozích ročnících, mají však stále podobu hry.

1.2.1 Železnice

Ze 48 základních dílků je třeba sestavit železnici. Žáci pracující ve skupinách si nejprve staví libovolné dráhy. Poté zadáváme úlohy např. sestavte co nejkratší uzavřenou dráhu (Obrázek 3), sestavte uzavřenou dráhu z osmi dílků. Železnici můžeme také překreslit na čtverečkovaný papír. Další možnosti nabízí úlohy ve kterých je třeba objet některé objekty, které jsou na trase železnice, nebo navázat na již položené koleje. Stavebnici můžeme obohatit dílky rovných kolejnic nebo jejich křížením.

Obtížnější hrou na stejném principu skládání dráhy je hra Tantrix, kterou je možno hrát jako solitér nebo ve skupině. Dílky Tantrixu jsou šestiúhelníky s dráhami tří barev. Můžeme ji použít u starších žáků.



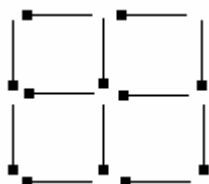
Obrázek 3

1.2.2 Sirkové úlohy

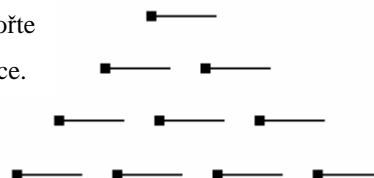
Můžeme je rozdělit na úlohy číselné, geometrické a hry typu Nim. Zaměříme se na hry geometrické. Nejčastějším úkolem je z daného počtu sirek sestavit určitý počet geometrických útvarů. Obdobou je z daného obrazce přesunutím jistého množství sirek získat obrazec jiný. Nemusí se přitom nutně jednat o geometrické

útvary. Sirky můžeme použít také pro úlohy, kdy mají žáci spočítat všechny trojúhelníky, čtverce apod.

S úlohami tohoto typu se setkáváme poměrně často v literatuře. Bohužel se někdy v řešení vyskytují chyby a je tedy třeba úlohu nejprve vyzkoušet, než ji předložíme žákům.



Přemístěním 3 sirek vytvořte
stejný obrazec stojící na špičce.



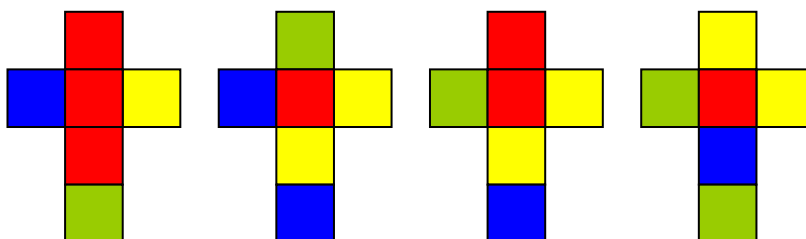
Přemístěním 3 sirek vytvořte
3 stejné čtverce.

Obrázek 4

1.2.3 Barevné kostky

Úkolem je sestavit čtyři kostky s barevně označenými stěnami do řady (hranolu) tak, aby na každé stěně hranolu byly zastoupeny všechny čtyři barvy. K řešení je možné dojít metodou pokusů a omylů, i ty jsou pro žáky dobrou zkušeností. Úlohu však zvládnou teprve tehdy, pokud dokáží řešení kdykoli zopakovat.

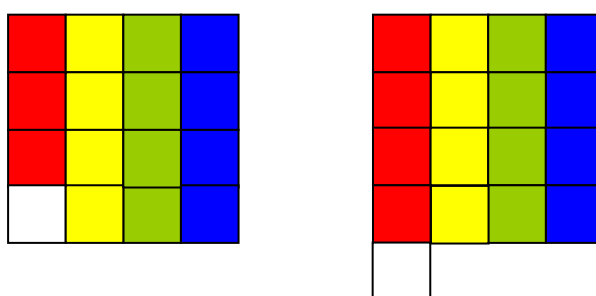
Hlavalom si můžeme snadno vyrobit z dřevěných kostek natřením nebo polepením stěn podle předlohy (Obrázek 5). Pro děti dostupnější je výroba kostek z pevného papíru. Přípravu hlavalomu tak můžeme použít jako první seznámení se sítí krychle. Ačkoli se jedná o učivo čtvrtého ročníku, je dětem známé například z vyrábění krabiček na dárky.



Obrázek 5

1.2.4 Přesouvání barvených čtverců

Tuto hru si zřejmě sami nevyrobíme, můžeme ji však koupit, vyrábí se v provedení ze dřeva, dříve se objevovala v obchodech i zhotovená z plastu. Jedná se o sadu šestnácti čtverců, z nichž vždy čtyři mají stejnou barvu (Obrázek 6). Jejich přesouváním na základní desce s rámečkem tvoříme různobarevné geometrické obrazce. Abychom mohli čtverci pohybovat, musíme jeden z nich vyjmout, bývá označen jinou barvou, nebo zasunout do připraveného výřezu, tím vznikne volné místo, které umožňuje přesouvání dalších čtverců. Sestavovat můžeme barevné řady, sloupce, čtverce nebo vzory vycházející z úhlopříčky.

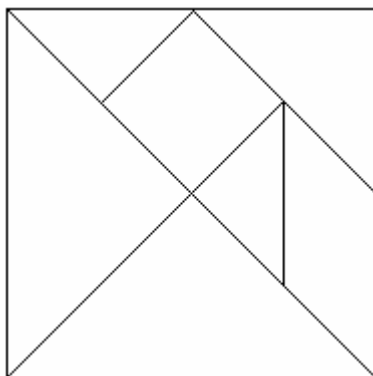


Obrázek 6

1.2.5 Tangram

Ze sedmidílné skládačky můžeme sestavovat různé geometrické obrazce, obrázky lidí a zvířat. V každém obrazci musí být použito všech sedm částí, části se nesmí překrývat, ale mohou se libovolně převracet.

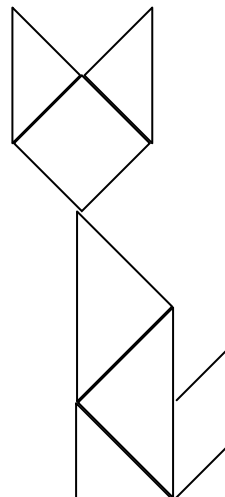
Řešení úloh rozvíjí představivost a tvořivost žáků. Tangram nabízí dva způsoby práce, děti mají sestavit zadaný obrazec, vyznačený na papíře obrysem, nebo sami vymýšlí vlastní tvary a pojmenovávají je.



Obrázek 7

Hlavalam si mohou žáci sami snadno vyrobit z papíru, zároveň si procvičí dovednosti přesného rýsování. Stejně jako skládanky v prvním ročníku můžeme výtvary žáků nalepit na papír a použít jako výzdobu třídy. Obrázek působí velice efektně, pokud vyrobíme tangram z tmavého papíru a nalepíme jej na světlý podklad. Žáci mohou také vlastní obrázek obkreslit a zadat jako úlohy spolužákům. Tím podporujeme hravost a socializaci dětí.

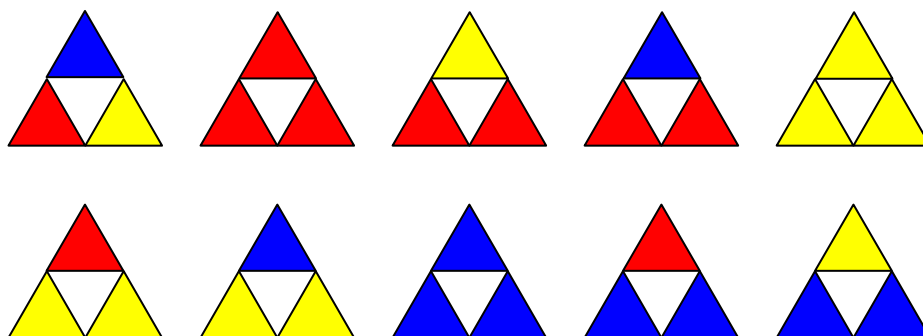
Obrázek 8 (kočka)



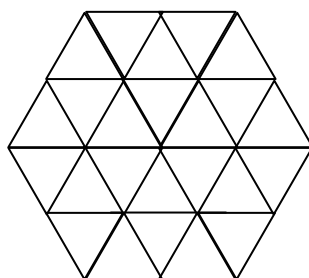
1.2.6 Indiánská mozaika

Skládanku tvoří deset rovnostranných trojúhelníků. Každý trojúhelník je rozdělen na čtyři menší trojúhelníčky, z nichž tři krajní jsou vybarveny (Obrázek 9). Mezi velkými trojúhelníky nejsou žádné dva stejné. Jejich skládáním můžeme vytvářet různé obrazce, musíme však dodržet pravidlo, podle kterého se trojúhelníky mohou stýkat pouze stejnou barvou.

Skládání zadaných obrazců je poměrně obtížné, děti můžeme motivovat indiánskými názvy těchto útvarů (sněhová vločka Obrázek 10). Snadnější variantou je skládat tvary podle libosti. I tento hlavalam si mohou žáci sami vyrobit. Nabízí nám také možnost rozvíjení kombinačních schopností žáků, pokud jim nedáme předlohu pro vybarvení jednotlivých trojúhelníků, ale necháme je nalézt všechny možnosti. Žáci si musí uvědomit, že otočený trojúhelník je stále tentýž, získávají tak hodnotné geometrické zkušenosti. Jak jsme uvedli dříve, snažíme se ve třetím ročníku o hravou formu. Úlohu najít všechny trojúhelníky tedy můžeme uvést jako hru, například která skupina vymyslí trojúhelník, který ještě na tabuli nemáme.



Obrázek 9

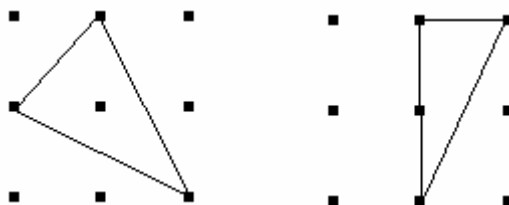


Obrázek 10

1.2.7 Kreslení do bodové sítě

Hra je zaměřena na opakování geometrických útvarů, představivost a přípravu žáků na učivo o shodnosti geometrických útvarů. Úkolem je do bodové sítě tvořené devíti body rozmístěnými ve tvaru čtverce, zakreslit co nejvíce různých trojúhelníků. Zadání můžeme obměňovat, například zakreslit rovnostranné, rovnoramenné trojúhelníky, trojúhelníky s danou stranou apod. Stejnou úlohu můžeme řešit také pro čtyřúhelníky. Vhodnou a pro žáky zábavnou přípravou k této úloze je práce s destičkou s devíti hřebíky rozmístěnými stejně jako body v bodové síti. Jednotlivé útvary jsou vymezeny lomenou čarou tvořenou napnutou gumičkou.

Obrázek 11

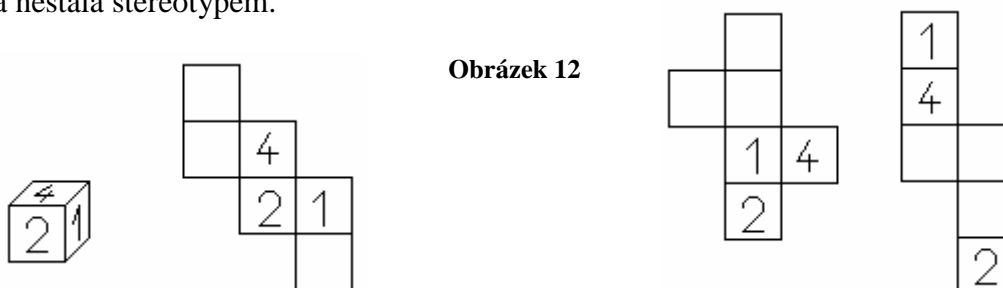


1.2.8 Doplnění plánek hrací kostky

Přestože se žáci učí o síti krychle až ve čtvrtém ročníku, můžeme některé jednodušší úlohy zadat i mladším dětem. Jako snazší variantu užíváme síť, které žáci znají z výroby krabiček. V modifikaci pro čtvrtý ročník zařazujeme i síť složitější, jako úlohu můžeme zařadit také nalezení všech sítí krychle.

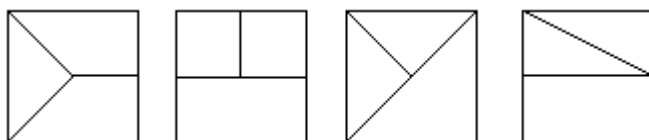
Hlavalom můžeme zadat pomocí tří čísel zapsaných v síti krychle, úkolem je pak doplnit zbylá tři čísla, která leží na protějších stěnách. Kombinujeme tak hru Hrací kostky uvedenou pro první ročník se zapisováním do sítě krychle.

Další možností zadání je zobrazení hrací kostky ve volném rovnoběžném promítání, kde žáci vidí tři stěny s čísly a jejího plánu s doplněnými pouze dvěma čísly. I u mladších žáků bychom měli zadávat různé sítě krychle, aby se hra nestala stereotypem.



1.2.9 Skládání čtverců

Samotnému skládání předchází úloha, při které mají žáci k dispozici čtyři shodné čtverce, které mají rozdělit na tři části různými způsoby. Dlouhému přemýšlení zabráníme, pokud žáky vyzveme, aby jeden ze čtverců libovolně rozstříhali a znovu složili. Další čtverce nejprve rozdělí úsečkami podle pravítka a teprve poté vystříhají, snahou je získat různé možnosti rozdělení čtverců na menší útvary. Příklad je uveden na obrázku 13. Smícháním všech čtyř rozstříhaných čtverců vznikne hlavalom, který si děti zadávají navzájem. Dalšími řešiteli mohou být sourozenci a rodiče žáků, pokud jim neprozradíme, jakým způsobem hlavalom vznikl, ale pouze zadáme úkol složit čtverec, bude pro ně úloha obtížnější.



obrázek 13

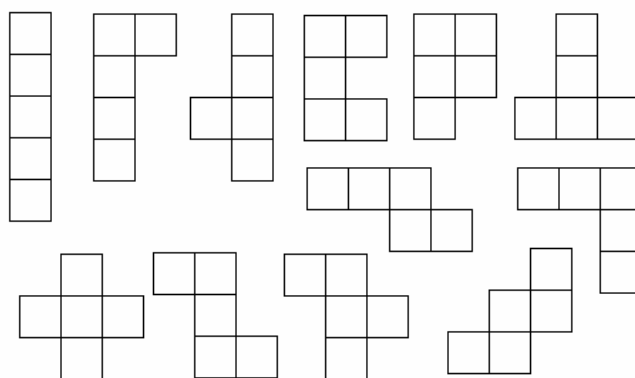
1.3 Hlavalamy zařazované ve čtvrtém a pátém ročníku

Ve čtvrtém ročníku se věnuje velký prostor učivu geometrie, které už klade značné nároky na abstraktní myšlení. Rýsovací dovednosti se odrážejí především v učivu o rovnoběžkách, různoběžkách, kolmici a kružnici. Další část tvoří učivo o souměrnosti útvarů, obsahu čtverce a obdélníka a síti krychle a kvádrů. Geometrické učivo v pátém ročníku se zaměřuje na obvody a obsahy obrazců, další zdokonalování rýsovacích dovedností a opakování již dříve probíraného učiva. Žáci jsou více samostatní, hlavolam je často motivuje sám o sobě, proto můžeme zařadit i obtížnější úlohy vyžadující delší soustředění.

1.3.1 Pentamino

Hlavalam tvoří dvanáct tvarů (Obrázek 14), které vzniknou skládáním pěti stejných čtverců tak, že se vzájemně dotýkají stranami. Pentamino nabízí několik variant využití. Jako první můžeme zařadit vymyšlení všech tvarů pentamina, počet tvarů může a nemusí být žákům předem znám, jednotlivé tvary pak děti zakreslují do čtvercové sítě. Dalším úkolem je sestavení obdélníka o rozměrech šest krát deset čtverců za použití těchto tvarů. Tvary volíme dostatečně velké vystřižené z pevného papíru. Přestože má úloha více možností řešení, je dost náročná, z toho důvodu doporučujeme nechat žáky pracovat ve skupinách. S pentaminem si můžeme zahrát i hru, která je určena pro dva hráče. Žáci si nejprve rozlosují jednotlivé tvary, poté střídavě přikládají do obdélníka šest krát deset čtverců, kdo nemůže žádný ze svých tvarů přiložit, prohrává. Z pentamina můžeme skládat i další tvary, například obrázky zvířat.

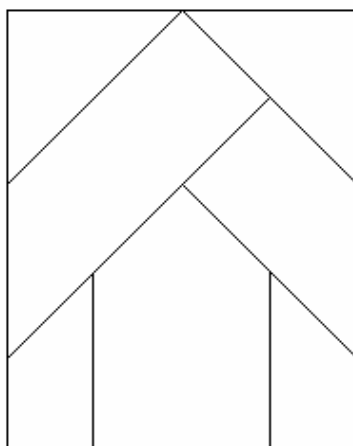
Hlavalam je možné také zakoupit, je vyráběn ze dřeva, jednotlivé tvary se skládají z krychlí. Tato varianta navíc umožňuje skládání prostorových objektů.



Obrázek 14

1.3.2 *Evereto*

Jedná se o další ze skládanek, tentokrát sedmidílnou, která kromě dvou trojúhelníků obsahuje také méně obvyklé tvary – čtyři pravoúhlé lichoběžníky a jeden pětiúhelník. I tento hlavolam si můžeme s žáky vyrobit v hodině geometrie, musíme při tom zachovat poměr stran základního obdélníka 5:4. Lze z něj složit velké množství tvarů, nejčastější jsou různé obrázky postavy a zvířat. Evereto se uvádí také pod názvem Grips.

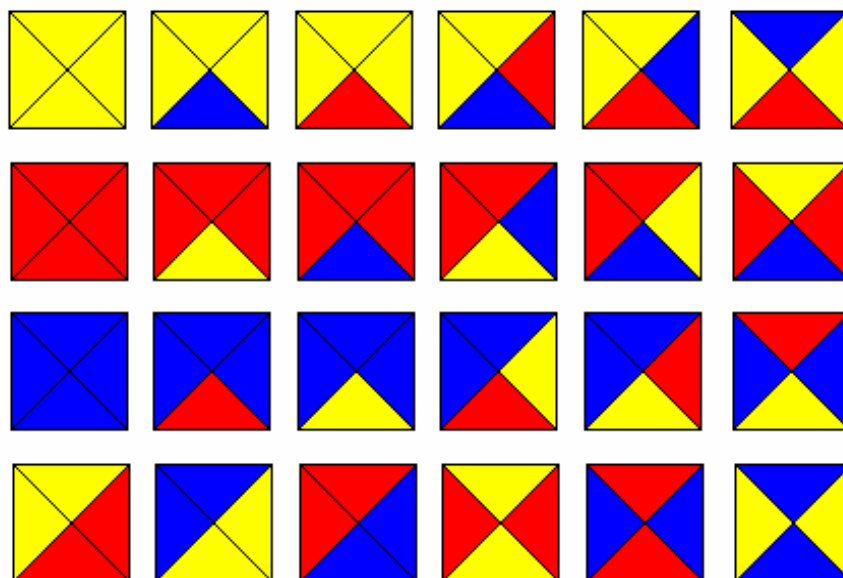


Obrázek 15

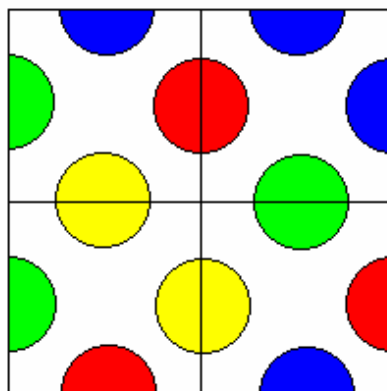
1.3.3 *Quadromino*

Jedná se o sadu 24 čtverců rozdělených úhlopříčkami na čtyři díly, které jsou vyplněny třemi různými symboly, může se jednat o písmena, barvy nebo obrázky. Kombinace symbolů na jednotlivých čtvercích jsou pokaždé jiné. Čtverce je dovoleno pokládat vedle sebe jen stejnými symboly, úkolem je složit obdélník o stranách šest a čtyři čtverce. Jedná se o dost obtížnou úlohu, v současné době se

však objevují její snazší variace, které můžeme skládat i s dětmi. Vždy se jedná o sadu čtverců, případně trojúhelníků s různými symboly, ze kterých je třeba složit velký čtverec podle výše popsaného pravidla, čtverce se mohou přikládat jen stejným symbolem.



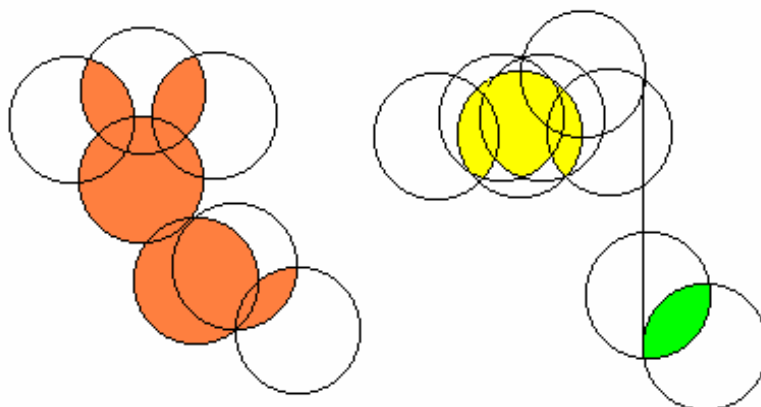
Obrázek 16, Obrázek 17



1.3.4 Obrázky z kružnic

Obrázek vznikne pokud žáci narýsují kružnice daného poloměru a umístěné na papíře podle zadaných středů. Obrázek, který má vzniknout, mohou předem vidět a na svém papíře jej pouze hledat. Další možností je říci žákům co je na obrázku a nechat je tento obrázek najít úplně samostatně. Podobné obrázky

mohou žáci sami vytvářet, hra by však měla být dobrovolná, je nutné si uvědomit, že některým dětem ještě činí potíže kružítko správně ovládat a rýsování kružnic je tedy plně zaměstnává. Nejsou pak schopni žádné další činnosti.



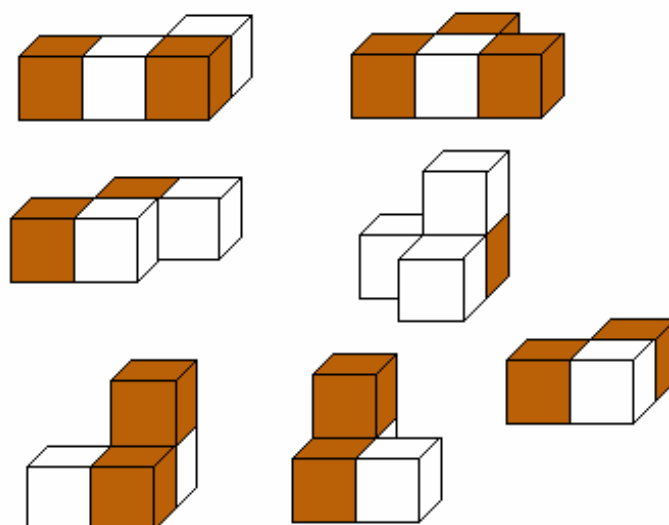
Obrázek 18

1.3.5 Písmo v zrcadle

Jedná se o sadu úloh rozvíjejících prostorovou představivost, které můžeme zařadit do hodin zaměřených na osovou souměrnost. Pro jejich řešení potřebujeme jen tužku, papír a malé zrcátko. Jako první zařazujeme úlohu ve které žáci určují, jak bude vypadat písmeno v zrcátku postaveném za tímto písmenem. Svoje řešení si žáci ověří prakticky. Další úlohou je najít všechna písmena, která budou v zrcátku vypadat stejně jako původní písmena na papíře. Když se žáci seznámí s podobou různých písmen, můžeme jim předat tajné zprávy, zašifrované pomocí zrcátka. Podobné zprávy mohou sami vytvářet. Úlohou spíše zábavnou, ale přesto náročnou nejen na prostorovou představivost, ale i na spojení zrakového vnímání, myšlení a motoriky ruky, je psaní slov tak, že se žáci mohou dívat pouze do zrcátka, které jim ukazuje co napsali.

1.3.6 Kostka Soma

Hlavalam se skládá ze šesti tvarů slepených ze čtyř shodných krychliček (tetramin) a jednoho tvaru ze tří krychliček. Z jednotlivých tvarů můžeme složit krychli, ale i další tělesa. Pravidlem je nutnost užít všechny tvary, v případě dvoubarevného hlavalamu by se navíc měly barvy pravidelně střídát.



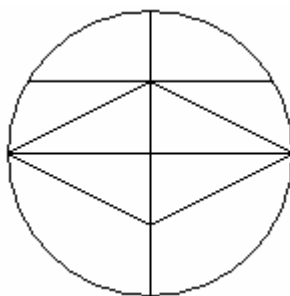
Obrázek 19

1.3.7 Obdélník z devíti čtverců

Úlohou je z devíti čtverců složit obdélník, rozměry čtverců jsou zadány. Hlavoлам si můžeme snadno vyrobit z pevného papíru, skládá se ze dvou čtverců se stranou 10 mm, jednoho čtverce se stranou 30 mm, a po dvou čtvercích o rozměrech 40, 50 a 60 mm. Řešení úlohy je velice elegantní (Obrázek 22).

1.3.8 Kouzelný kruh

Kouzelný kruh je jedním z mnoha hlavolamů, které vznikají rozstřiháním základního tvaru na jednotlivé díly. Žáci pak skládají podle vzoru nebo podle vlastní fantazie různé tvary. Podobně jako v případě Tangramu můžeme nejhezčí obrázky nalepit na papír a vystavit je. Hlavoлам rozvíjí představivost a tvořivost, seznamuje žáky s vlastnostmi kruhu. Žáci si jej mohou sami vyrobit, původní kruh by měl mít průměr alespoň osm centimetrů, nebo dostanou již připravené dílky a mají za úkol složit z nich kruh.



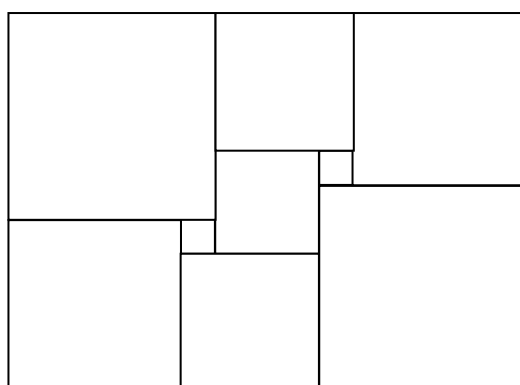
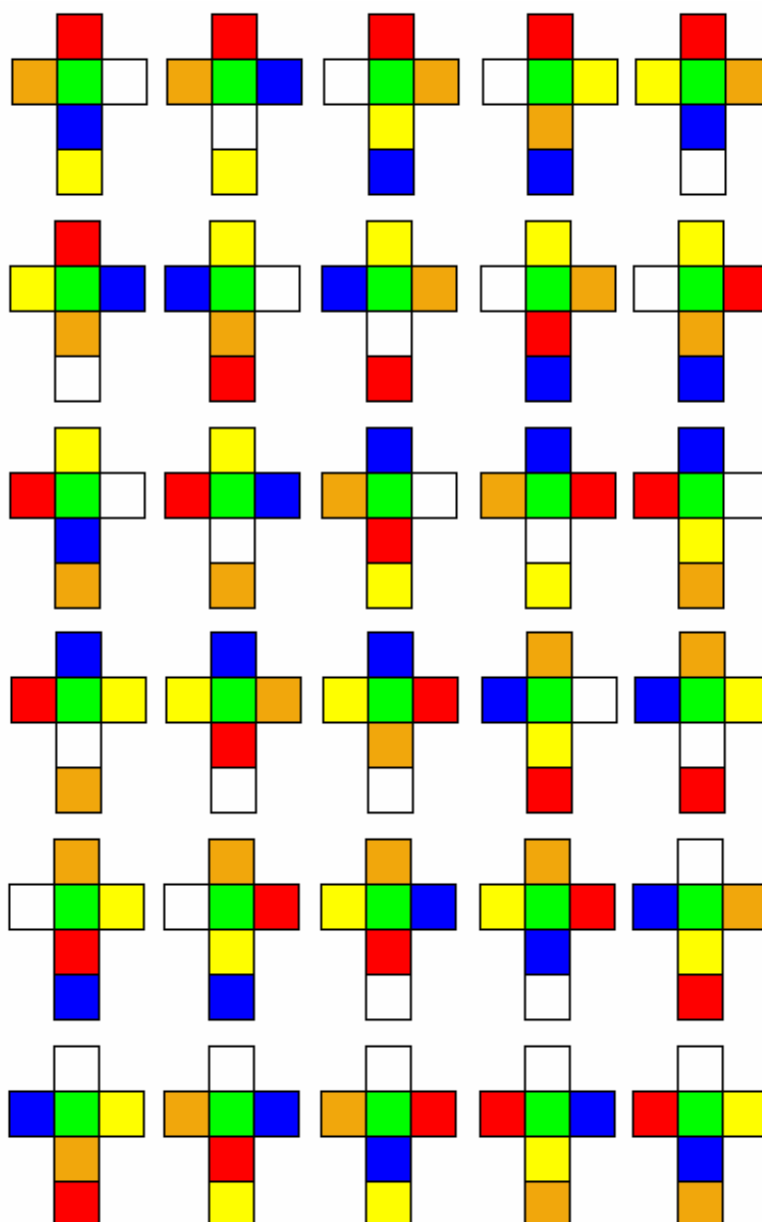
Obrázek 20

1.3.9 MacMahonovy kostky

Hlavalam se skládá ze třiceti krychliček, jejichž stěny jsou obarveny podle vzoru (Obrázek 21). Každá stěna krychle je obarvena jinou barvou, žádné dvě krychle nejsou stejné. Hlavalam si můžeme vyrobit z papíru, pokud ho chceme mít trvalejší, použijeme kostičky dřevěné. Hrana krychle by měla mít rozměr dva až tři centimetry, aby se s ní dobře manipulovalo a zároveň nebyl příliš velký.

První úlohou je samotná výroba hlavalamu, žáci musí pracovat pozorně, aby barvy na krychličkách odpovídaly předlohám, z toho důvodu je třeba nechat jim na výrobu dostatek času. Ve třídě může každý vyrobit jednu až dvě krychličky, vytvoříme tak jeden hlavalam pro celou třídu, tuto činnost můžeme zařadit například do hodiny pracovních činností. S hlavalamem můžeme pracovat několika způsoby. První úlohou je nalezení zrcadlových dvojčat. Jak už bylo výše zmíněno, každá krychlička je jiná, ke každé však můžeme najít krychli rovinově souměrnou podle jedné její stěny. Jako druhou úlohu zařazujeme vytvoření krychle z osmi krychliček podle jedné vzorové. Úlohu můžeme ještě ztížit, pokud se krychličky uvnitř větší krychle mohou dotýkat jen stejně barevnými stěnami. Posledním úkolem je vytvořit řadu ze šesti krychliček tak, aby se na spodní, horní, přední a zadní stěně takto vzniklého hranolu objevilo všech šest barev.

Obrázek 21



Obrázek 22

2. Zastoupení her a hlavolamů v učebnicích

Nejvíce témat z učiva geometrie, která jsou probírána na prvním stupni základní školy, se soustřeďuje do čtvrtého a pátého ročníku. To odpovídá citlivému období pro rozvoj prostorové představivosti jak jej zmiňuje M. Hejný, kterého jsme výše citovali. V hodnocení učebnic jsme se tedy zaměřili právě na tyto dva ročníky. K dispozici jsme měly učebnice nakladatelství Alter, Fortuna, Nová škola Brno, Prodos a učebnici vydanou Matematickým ústavem AV ČR, čtvrtý ročník byl zastoupen ještě knihami nakladatelství Prometheus a SPN.

Žádná učebnice nevyužívala možností mechanických hlavolamů, pouze učebnice vydavatelství Alter pro pátý ročník použila obrázek Rubikovy kostky jako motivaci k příkladu.

Všechny učebnice, kromě knih Nové školy Brno (Počítám a uvažuji, Geometrie kolem nás a Uvažuj, odhaduj, počítej, Jak je lehká geometrie), zařazovaly učivo geometrie průběžně. Tento přístup byl realizován dvěma postupy, první z nich věnoval geometrii pravidelně prostor asi pro jednu vyučovací hodinu týdně, druhý se obsáhlejšími tématům věnoval větší prostor a navíc průběžně zařazoval úlohy pro procvičení či opakování učiva.

Dalším kritériem, kterého jsme si všímali bylo zařazování zajímavých úloh. Pod tímto pojmem máme na mysli úlohy, které nejsou pro žáky obvyklé, vyžadují od nich vymyšlení nových postupů. Vyřadili jsme učebnici Nové školy Brno, kterou pro množství symbolů, odkazujících na jednotlivé pracovní sešity a obtížnost úloh, považujeme za velmi nepřehlednou. Jednotlivé pracovní sešity, obvykle tématicky zaměřené, které nakladatelství k učebnici vydává jsme neměli k dispozici.

Učebnice od Alteru zařazují zajímavé úlohy na závěr knihy, umožňují tak učitelům zadat neobvyklou úlohu ve chvíli, kdy to považuje za vhodné, také žáci mohou úlohy samostatně řešit, neboť je v učebnici snadno najdou. Přesto považujeme za vhodnější zařazování zajímavých úloh průběžně. Autoři učebnic je zařazují k jednotlivým tématům jako motivační úlohy či rozšiřující učivo.

I u zajímavých úloh se soustřeďujeme především na úlohy experimentální, které formou hry či hlavolamu rozvíjejí prostorovou představivost žáků. Zjistili

jsme, že podobné úlohy jsou do učebnic zařazovány, jedná se především o různé stavění z kostek nebo hry s geometrickými tvary vystřiženými z učebnice. Tyto pracovní učebnice (nakladatelství Fortuna, Prodos, Prometheus) však mohou být používány pouze jeden rok a z toho důvodu, pro finanční nákladnost, se ve školách používají méně často než učebnice, které mohou sloužit několik let.

Rádi bychom zde zmínili ještě sešit Počítejte s Klokem nakladatelství Prodos. Nejedná se o učebnici, ale o sbírku úloh matematické soutěže Klok, která obsahuje velké množství zajímavých příkladů a může tak být pomůckou při nedostatku podobných úkolů ve školou používané učebnici.

EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST

Rozvíjení prostorové představivosti žáků je dlouhodobý úkol. Můžeme u žáků pozorovat zlepšení prostorové představivosti po práci s hlavolamem? Je skutečně hlavolam pro žáky dostatečně motivující, aby zaujal jejich pozornost po delší dobu? Tyto otázky jsem si položila, když jsem se zabývala využitím her a hlavolamů v hodinách geometrie. Cílem těchto hodin je rozvíjení prostorové představivosti. Pro jednotlivé věkové kategorie jsem zvolila různé hry a hlavolamy podle jejich náročnosti, čím starší děti, tím obtížnější hlavolam. Je ale pravda, že žáci čtvrtých a pátých ročníků mají lepší prostorovou představivost než žáci nižších tříd? Projeví se při řešení úloh rozdíly mezi dívkami a chlapci, jsou chlapci lepší v řešení úloh vyžadujících zapojení prostorové představivosti? Předložené otázky slouží jako předpoklady pro následný průzkum, ve kterém se pokusím nalézt argumenty pro jejich potvrzení či vyvrácení.

1. Metody práce

Pro ověření stanovených předpokladů jsem zvolila experimentální metodu s posttestem. Alespoň v jedné třídě každého ročníku proběhla hodina geometrie, ve které žáci pracovali s některým hlavolamem. Pro každou třídu byl volen jiný hlavolam. Po dvou týdnech od této hodiny absolvovali žáci experimentální skupiny test prostorové představivosti. Stejný test absolvovali subjekty kontrolní skupiny, žáci z paralelních tříd.

Jako pomocná metoda bylo použito pozorování činnosti žáků ve vyučovací hodině. Sledovala jsem správnost odpovědí na otázky z učiva geometrie a práci na zadaném úkolu. Dále porovnávám činnost dívek a chlapců, sleduji také postoj učitelky k využitému způsobu výuky geometrie.

2. Realizace průzkumu

2.1 *Postup práce*

Z navržené řady hlavolamů pro jednotlivé ročníky prvního stupně základní školy jsem vybrala vždy jeden až dva hlavolamy, které jsem následně realizovala

s žáky v rámci jedné hodiny geometrie. Tyto hodiny byly zaměřeny na výrobu hlavolamu a práci s ním. Žáci tak měli i nadále hlavolam k dispozici ve škole či doma a byli vyzváni, aby se pokusili najít jeho řešení. Po dvou týdnech následoval test prostorové představivosti, v některých třídách jsem test zadávala osobně, v jiných byl zadán třídní učitelkou. Stejný test řešila i skupina žáků z paralelních tříd sloužících jako kontrolní skupina.

Průzkum jsem prováděla na dvou základních školách v Hradci Králové, v obou případech se jednalo o školy sídlištního typu se dvěma až třemi třídami v ročníku a 24 až 30 žáky ve třídě. V Základní škole SNP byl průzkum proveden vždy v jedné třídě prvního až pátého ročníku, na této škole byly také vybrány kontrolní třídy. Ze Základní školy Bezručovy se průzkumu zúčastnila jedna třída čtvrtého a jedna třída pátého ročníku. Abych ověřila práci s co největším množstvím hlavolamů, volila jsem v každé čtvrté a páté třídě jiný hlavolam.

2.2 Přípravy hodin

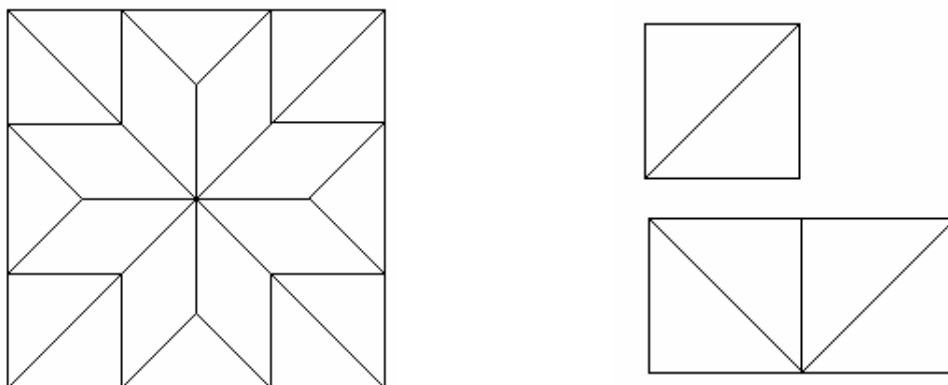
1. ročník Mozaika

Cíl hodiny: Opakování geometrických tvarů, rozvoj představivosti a tvořivosti

Pomůcky: Obrázky mozaik, geometrické útvary, polotovar mozaiky, předlohu pro složení mozaiky, papír pro nakreslení mozaiky

3'	Motivace:	Mozaiky na zdech – výtvarná díla (viz příloha P1)
7'	Opakování:	Geometrické útvary – jaké žáci znají, jak je poznají
15'	Výroba hlavolamu:	Vystříhání trojúhelníků Výběr všech tvarů, představení kosočtverce
15'	Procvičování:	Co dokážeme složit; Umíte ze dvou trojúhelníků složit trojúhelník? Složte ze dvou trojúhelníků čtverec. Složte obdélník. Sestavení mozaiky podle vzoru Volné skládání obrazců

5' Závěr: Přehlídka nejhezčích obrázků. Úklid pomůcek.



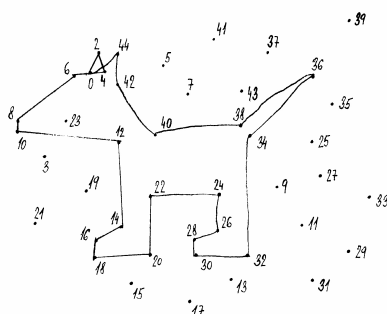
Obrázek 23

2. ročník Kreslení do bodové sítě

Cíl hodiny: Rozvoj orientace v ploše, prostorové představivosti, rýsovacích dovedností.

Pomůcky: Pracovní list se spojovacím obrázkem a bodovými sítěmi (příloha P2), pracovní listy pro skupinovou práci

10' Motivace: Spojovací obrázek; spojte body tak, že začnete 0 a budete pokračovat vždy k číslu o dvě většímu



Obrázek 24

7' Opakování: Pojmy přímka a úsečka, vyhledávání nejdelší a nejkratší úsečky, měření délky úsečky. Geometrické útvary a tělesa, hledání těles a útvarů mezi předměty v učebně.

15' Havolam: Rýsování trojúhelníků do bodové sítě, hledání různých trojúhelníků. Rýsování dalších útvarů v bodové síti.

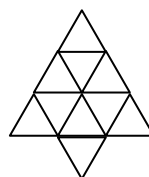
- 7' Pohybová aktivita: Hra gordický uzel; děti stojí v hloučku se zavřenýma očima, zvednou ruce a chytí se ostatních. Poté oči otevrou, aniž by se pustily, snaží se rozmotat a vytvořit kroužek.
- 5' Závěr: Řešení úloh na rozvoj zrakového vnímání a logického myšlení ve skupinách.

3. ročník Indiánská mozaika

Cíl hodiny: Rozvoj kombinatorického myšlení, prostorové představivosti a orientace v prostoru.

Pomůcky: Obrazec na počítání trojúhelníků, předkreslené trojúhelníky na tabuli, šablona, čtvrtka, předlohy obrázků, papíry, obálky

- 5' Motivace: Počítání trojúhelníků v obrazci na tabuli



Obrázek 25

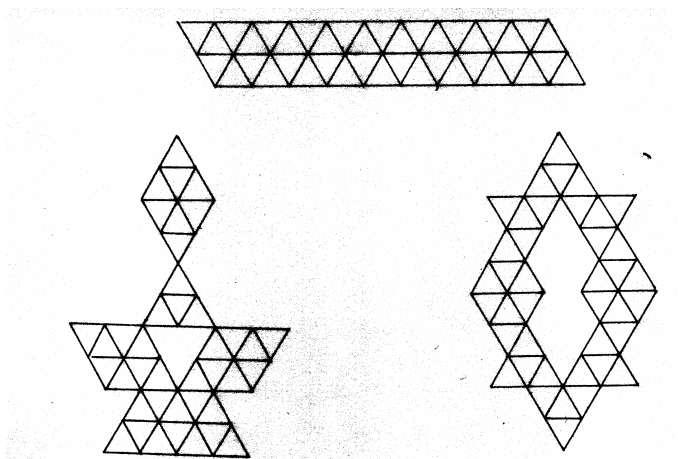
- 5' Opakování: Pojmy týkající se trojúhelníka; ukažte na obrázku vrchol, stranu. Najděte v obrázku nějakou úsečku a změřte ji, najděte nejkratší, nejdelší úsečku.
- 7' Hlavoлам: Na obrázku je trojúhelník složený ze čtyř menších trojúhelníčků. Jaké další trojúhelníky můžeme vytvořit, pokud prostřední trojúhelníček musí být bílý a ostatní jsou žluté, červené nebo modré.



Obrázek 26

- 13' Výroba hlavoламu; dvojice si obkreslí 10krát trojúhelník, vystřihnou a vybarví jeho části podle tabule.

- 10' Skládání obrazců ve dvojicích; místa, kde se trojúhelníky setkávají musí být stejné barvy. Složení obrazce podle představy, skládání obrazců zadaných obrysem.
- 5' Závěr: Pokuste se složit co nejvíce obrázků, pokud vymyslíte vlastní zajímavý tvar obkreslete jeho obrys na papír a zkuste ho zadat kamarádům.



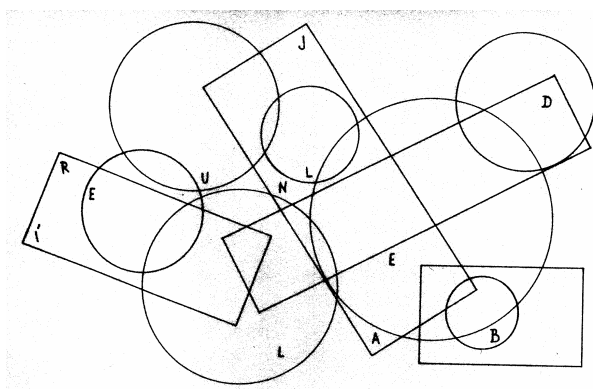
Obrázek 27

4. ročník Obrázky z kružnic, quadromino

Cíl hodiny: Rozvoj rýsovacích dovedností (práce s kružítkem), orientace v rovině a představivosti

Pomůcky: Pracovní list s obrázkem z kružnic (příloha P3), čtvrtky, barevné papíry, obálky

- 5' Motivace: Přečtete písmena v kružnicích tak, že začnete u nejmenší kružnice a budete pokračovat k největší.



Obrázek 28

V tajence vyjde název skrytého obrázku.

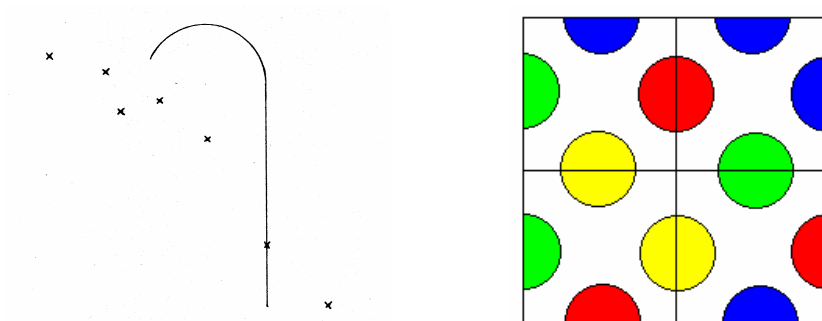
10' Procvičování: Rýsování kružnic, sestrojením sedmi kružnic o poloměru 2 cm určených svými středy vznikne obrázek.

Samostatné rýsování obrázků pomocí kružnic.

15' Hlavlom: Narýsujte na barevné papíry kružnice a vystříhněte je. Nalepte je na správné místo do čtverce podle obrázku na tabuli. Čtverec rozstříhejte na čtyři menší čtverce.

10' Dílky skládačky zamíchejte a pokuste se je znovu složit. Dokážete je složit i jinak než byly původně?

5' Závěr: Vyhodnocení úspěšných řešitelů hlavlomu.



Obrázek 29

5. ročník MacMahonovy kostky

Cíl hodiny: Opakování učiva o krychli, rozvoj prostorové představivosti, logického myšlení

Pomůcky: Vzory pro obarvení krychlí, síť krychlí

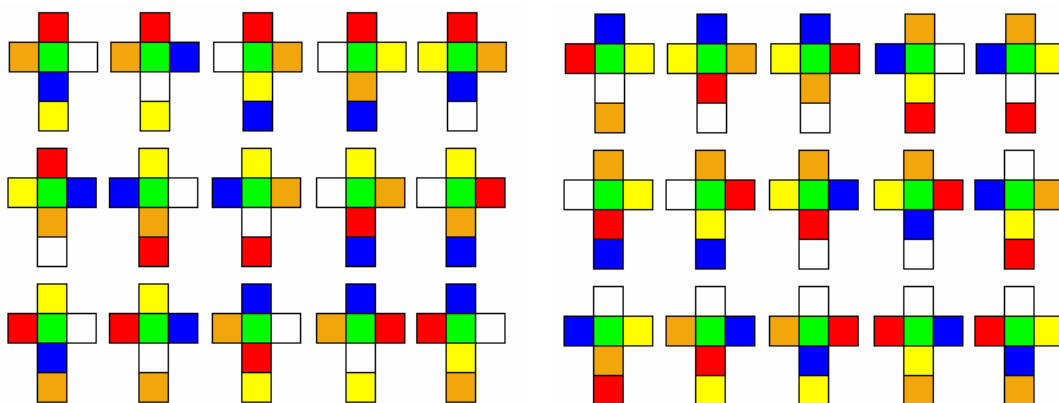
2' Motivace: Co vás napadne pod pojmem kostka?

25' Opakování: Počet stěn, hran a vrcholů krychle. Vstřížení a slepení krychlí. Obarvení krychlí podle předlohy. Pozn.: Každý žák vytváří dvě stejné krychle, dohromady tak vytvoříme dvě sady hlavlomu.

15' Hlavlom: Vyberte si libovolnou krychličku a najděte její zrcadlové dvojče. Vyberte si libovolnou krychličku jako vzor a pokuste se podle ní složit krychli z osmi krychliček.

Sestavte řadu ze šesti krychlí tak, aby zepředu, zezadu, shora i zdola bylo vidět všech šest barev.

3' Závěr: Zhodnocení úspěšnosti při řešení úloh.



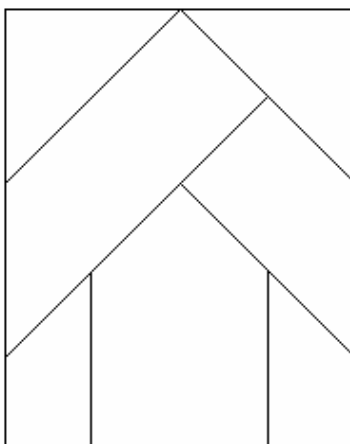
Obrázek 30

4. ročník Evereto

Cíl hodiny: Zlepšení rýsovacích dovedností, rozvoj tvořivosti a představivosti

Pomůcky: Čtvrtky, předlohy úloh

-
- | | | |
|-----|------------|---|
| 5' | Opakování: | Geometrické útvary a jejich vlastnosti. |
| 10' | Hlavlom: | Rýsování podle pokynů, kontrola podle tabule. |
| 25' | | Rozstříhání obdélníka na jednotlivé díly hlavlomu, skládání obdélníka. Volné skládání, skládání podle předlohy. |
| 5' | Závěr: | Zhodnocení práce, výběr nejpovedenějších tvarů. |



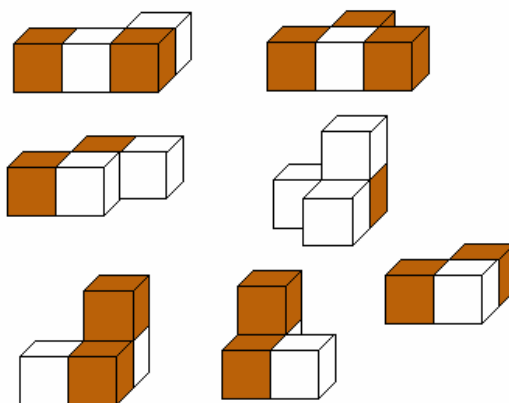
Obrázek 31

5. ročník kostka Soma

Cíl hodiny: Rozšíření poznatků o sítích krychle, prostorová představivost

Pomůcky: Hrací kostka, sítě těles, pracovní list pro doplňování čísel v síti krychle (příloha P4), krychle pro výrobu hlavolamu, předlohy

3´	Motivace:	Hrací kostka
3´	Opakování:	Počet stěn, hran a vrcholů krychle.
7´		Sítě krychle. Poznáte, zda se jedná o síť krychle? Svůj názor si ověřte složením tělesa. Předvedení všech nalezených sítí krychle.
7´		Doplňování čísel v síti hrací kostky ve skupinách.
20´	Hlavolam:	Jaké různé tvary můžete vytvořit ze čtyř krychlí? Slepění tvarů podle vzoru.
5´		Skládání hlavolamu, porovnání jednotlivých výsledků (úloha má více možných řešení).
5´	Závěr:	Skládání dalších těles podle předlohy. Vymýšlení vlastních těles.



Obrázek 32

2.3 Výsledky pozorování

V následujícím textu uvádím poznatky, ke kterým jsem došla v jednotlivých hodinách, zaměřila jsem se především na znalosti geometrického učiva u žáků a jejich práci s předloženým hlavolamem. Dále vlastní sebereflexi a postoj třídních učitelů k hodinám.

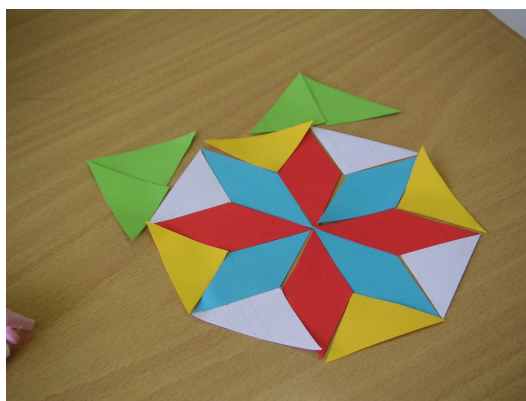
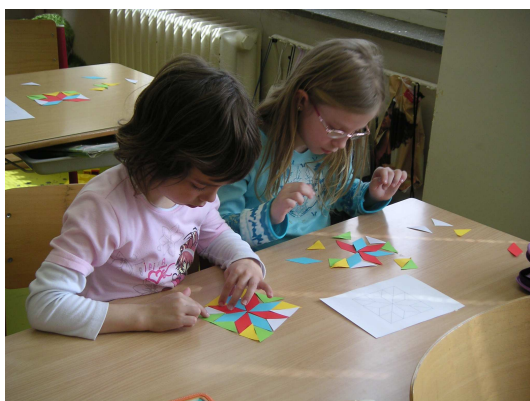
První ročník – Mozaika

Hodina proběhla v rámci pracovního vyučování, v odpolední hodině. Žáci byli tématem zaujati. Dokázali jmenovat mnoho geometrických útvarů, přesto zaměňovali kosočtverec za čtverec postavený na vrcholu. Úloha sestavit ze dvou trojúhelníků trojúhelník byla pro některé obtížná, všichni žáci dokázali sestavit ze dvou trojúhelníků čtverec. Bezprostředně po této úloze následovalo zadání složit z libovolného počtu trojúhelníků obdélník, jen velmi málo dětí řešilo úlohu přidáním čtverce ke čtverci již složenému, většina žáků sestavený tvar rozložila a začínala od začátku. Nakonec všichni k tomuto řešení došli, jedna dívka si všimla, že úlohu může řešit přidáním dvou trojúhelníků k trojúhelníku sestavenému v prvním úkolu. Při skládání podle vzoru měli žáci problémy s umístěním trojúhelníků jejichž základna leží na straně čtverce, na jejich místě skládali čtverce.

Žáci dokázali složit velké množství obrázků ať už zcela konkrétních, či abstraktních vzorů (příloha P9). Někteří před samotným skládáním dlouze přemýšleli co složit, další začali bezprostředně skládat. Většina žáků nechtěla rozložit první obrázek, při rozkládání dalších obrázků se již tento problém nevyskytoval.

Při skládání podle vzoru byly rychleji hotovy dívky, jindy se rozdíl mezi chlapci a dívkami neprojevil.

V hodině panovala dobrá pracovní atmosféra, malé množství úkolů umožnilo žákům lépe se soustředit na vlastní činnost. Třídní učitelka se zapojila do výuky, hlavolam ocenila jako vhodnou pomůcku.

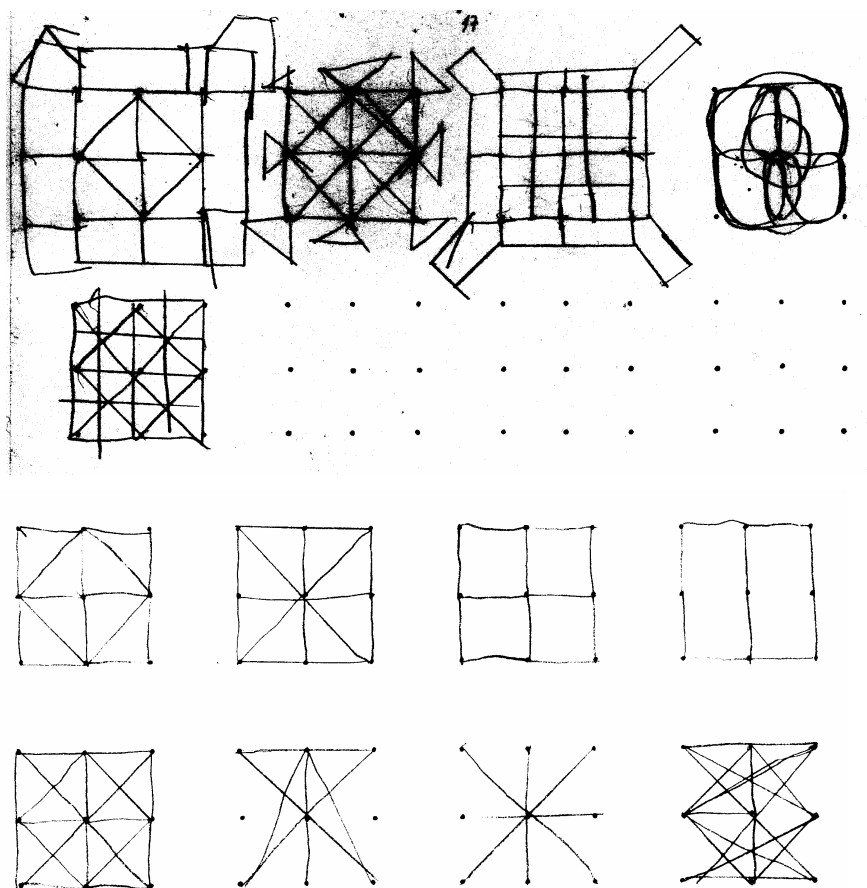


Obrázek 33

Druhý ročník – kreslení do bodové sítě

Znalosti geometrických útvarů a těles žáků odpovídali učivu druhého ročníku. Neovládali dostatečně rýsování podle pravítka, někteří s pravítkem nechtěli pracovat. Při kreslení do bodové sítě ulpívali na již nakreslených útvarech, málo se projevovала tvořivost, přestože v rámci celé třídy bylo vytvořeno velké množství různých obrázků. Někteří žáci spíše dekorovali, často počítali vytvořené trojúhelníky, při vytváření útvarů užívali i jiné body než zadané bodovou sítí. Část dětí pracovala lépe, nepozorovala jsem však rozdíly v práci chlapců a dívek.

Domnívám se, že úloha byla pro žáky příliš obtížná. To se projevilo například ve vytváření vzoru s velkým množstvím trojúhelníků, žáci si zřejmě špatně vyložili pokyn vytvořit co nejvíce různých trojúhelníků. Z tohoto důvodu bych úlohu doporučila až od třetího ročníku. Třídní učitelka se hodiny zúčastnila, dohlížela na chování žáků a motivovala je výběrem nejlepších prací. K hodině se nevyjádřila.

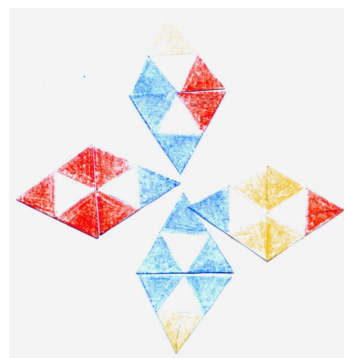
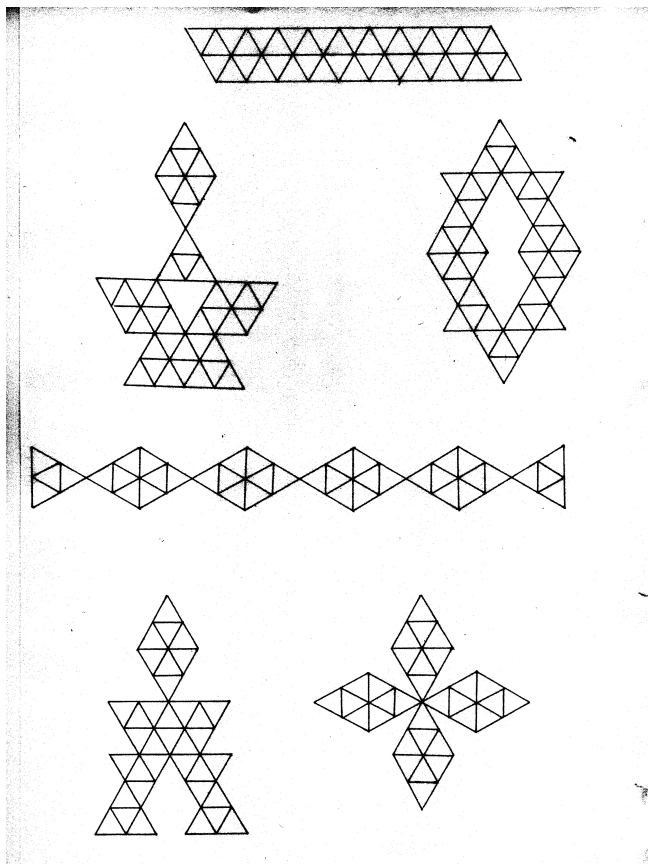


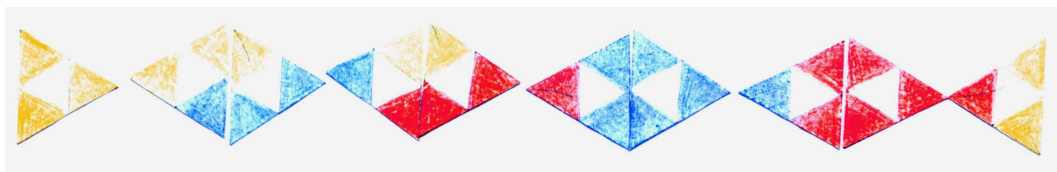
Obrázek 34

Třetí ročník – indiánská mozaika

Žáci ovládali učivo třetího ročníku, dokázali spočítat všechny trojúhelníky v předloženém obrazci, s podobnou úlohou se již dříve setkali a zaujala je. Problémy jim činilo vymýšlení různého barevného rozložení trojúhelníků, i když měli informaci, že se barvy mohou opakovat, setrvali u modelu se třemi různými barvami, který byl jako vzor na tabuli. Většina žáků pochopila, že otočením se trojúhelník nezmění. Hledání dalších trojúhelníků jsem tedy zadala jako práci do dvojic, přesto jen dvě dvojice dokázaly nalézt alespoň jeden jiný trojúhelník, než byl vzor na tabuli. Žáci snadno řešili úlohy (viz obrázek), některým muselo být opětovně vysvětleno pravidlo pro skládání obrazců. Žáci pracovali soustředěně, ze svých výsledků měli radost. Neprojevily se rozdíly mezi prací dívek a chlapců, žáci obvykle pracovali ve smíšených dvojicích.

Časový plán hodiny byl narušen dlouhým vymýšlením barevného ztvárnění trojúhelníků, které jsem neočekávala, také výroba hlavolamu zabrala dost času. Přesto každá dvojice složila alespoň jeden obrazec. V hodině byla přítomna třídní učitelka, do výuky nezasahovala, zajímala se o další postup experimentu.





Obrázek 35

Čtvrtý ročník – obrázky z kružnic, quadromino

Hodina byla zaměřena především na práci s kružítkem, ta byla pro některé žáky dost obtížná, objevovaly se následující chyby: špatné držení kružítkem a otáčení papírem při rýsování kružnice. Problémy byly způsobeny také nekvalitními kružítky. Žáci měli problémy nalézt v kružnicích obrázek, i přesto, že na tabuli byl vzor nakreslen, dělali při obtahování obrázku chyby. Některé z chyb byly způsobeny nepřesným rýsováním. Žáci nechtěli vytvářet vlastní obrázek, každý však nějaký narýsoval. Quadromino do konce hodiny vyrobil pouze jeden žák, hlavolam hodnotil jako snadný. V průběhu celé hodiny žáci pracovali dobře.

Vybrané hlavolamy odpovídaly schopnostem žáků, jako problémové se jevílo jednostranné zaměření hodiny, především z toho důvodu, že žáci nezvládali dostatečně práci s kružítkem a jeho dlouhodobé užívání na ně mělo demotivující vliv. Třídní učitelka byla v hodině přítomna, do vyučování nezasahovala. Ocenila, že hodina byla pro žáky zábavná.



Obrázek 36

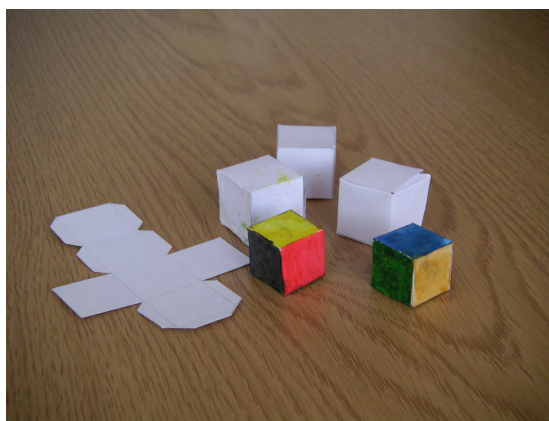
Čtvrtý ročník – Evereto

Žáci ovládali geometrické pojmy, zaměňovali ovšem úsečku za přímkou, po zopakování definic obou pojmů si chybu opravili. Při rýsování podle vzoru na tabuli se dopouštěli chyb, největší problémy žákům činilo narýsovat kolmici k úsečce procházející bodem, která na této úsečce neleží. Předpokládám, že s podobnou úlohou se žáci nikdy nesetkali. Někteří v závěru rozstříhali hlavolam na více dílů než měli. Přesně se práce zdařila jen asi pěti žákům z dvaceti čtyř. Při práci byl klid, pokud se žáci ztratili v postupu, zeptali se, co mají dělat dál. Z hlavolamu měli radost, skládání tvarů bylo velice bezprostřední, každý se chtěl svým obrázkem pochlubit.

Časový plán hodiny byl narušen řešením organizačních záležitostí v jejím začátku. Výuka byla především frontální, ačkoli jsem se snažila individuálně žákům pomáhat, někteří mohli mít při jejím sledování problémy. Třídní učitelka se zúčastnila pouze začátku hodiny, poté odcházela na školení, které bylo oznámeno na poslední chvíli. Byla předem seznámena s plánem hodiny.

Pátý ročník – MacMahonovy kostky

Hodina byla zaměřena především na výrobu hlavolamu, ta také zabrala její větší část. Vlastnosti krychle žáci ovládali, na otázku co potřebujeme k výrobě papírové krychle, dokázala odpovědět pouze jedna dívka (očekávala jsem odpověď síť krychle). Žáci dokázali složit krychli ze sítě, projevíli se spíše technické problémy, jako nepřesné lepení, nedostatek či nadbytek lepidla apod.



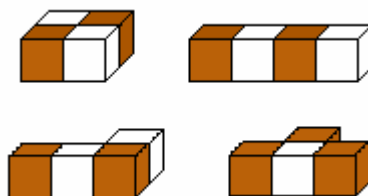
Obrázek 37

Také obarvení krychle podle vzoru nečinilo žákům větší problémy, pouze jeden žák se zmýlil, svou chybu si však uvědomil a podruhé již krychli obarvil správně. Při řešení úlohy žáci rychle pochopili, jak má vypadat zrcadlová krychle a dokázali ji nalézt.

Příprava hlavolamu byla příliš časově náročná, vhodnější by bylo rozdělit ji mezi dvě až tři vyučovací hodiny, tak by se mohl věnovat dostatek času přesné výrobě krychlí. Dalším řešením by bylo předem hlavolam pro žáky připravit. Třídní učitelka byla v hodině přítomna, k výuce se nevyjádřila.

Pátý ročník – kostka Soma

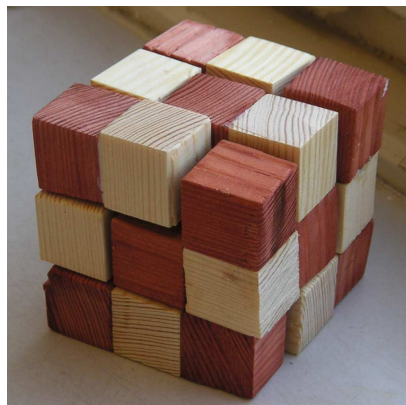
Žáci poznali nejběžnější síť krychle, u ostatních váhali. Po vystřížení a složení sítě snadno roztřídili. Dále žáci pracovali v pěti tří až čtyř členných skupinách, jednu skupinu tvořily výhradně dívky, tři byly chlapecké, jedna skupina byla smíšená. Žáci byli schopni doplnit správně čísla do sítí krychle, v některých skupinách si však nedokázali práci rozdělit a úlohu nestihli dokončit. Při skládání různých těles ze čtyř krychlí pracovali žáci samostatně, přestože krychle měli společné. Nejčastěji složená tělesa jsou na obrázku. Žáci nedokázali svoje tělesa pojmenovat, k jejich popisu užívali názvy útvarů tvořících jejich podstavu. Nerozlišovali mezi tělesem a útvarem, při skládání setrvali v ploše.



Obrázek 38

Slepování krychlí činilo některým žákům potíže, neuměli pracovat s použitým lepidlem. Během vyučovací hodiny stihla krychli složit pouze jedna skupina, ostatní měli slepená jednotlivá tělesa, ale nechávali jsme je zaschnout. Děti práce zaujala a snažili se krychli složit i v průběhu přestávky, jedna ze skupin skládala i další tělesa. Nejrychleji práci zvládala skupina chlapců, první vyplnila síť krychle i slepila a složila krychli. Následovala ji skupina dívek. Nemůžeme tak určit rozdíl

mezi dívkami a chlapci, můžeme pouze říci, že někteří žáci pracovali rychleji a jiní pomaleji. Hodinu hodnotím jako vydařenou, dětem i třídní učitelce se líbila



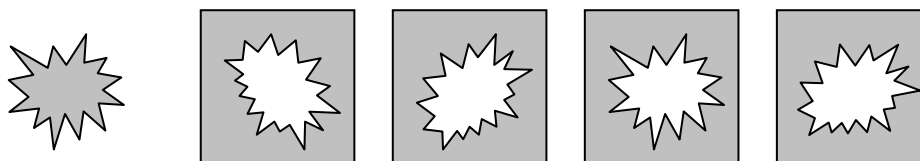
Obrázek 39

2.4 Testové úlohy

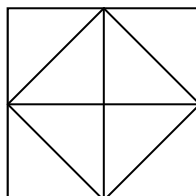
Testy byly připraveny pro tři věkové kategorie odpovídající prvnímu ročníku, druhému a třetímu ročníku, čtvrtému a pátému ročníku. Každý test obsahuje pět úloh jejichž řešení vyžaduje od žáků zapojení prostorové představivosti. Pro posouzení věkových odlišností obsahují všechny testy tři shodné úlohy, které nevyžadují od žáků znalosti geometrického učiva. Další dvě úlohy jsou specifické pro věkovou kategorii.

Úlohy společné všem věkovým kategoriím

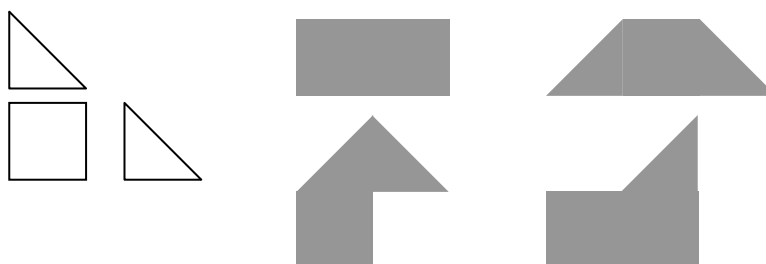
1. Ze kterého listu papíru byla vystřižena hvězda?



2. Kolik čtverců je na obrázku?

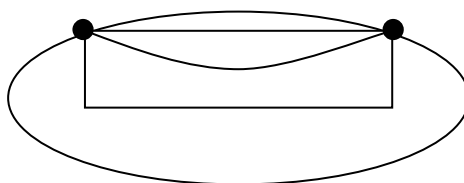


3. Který obrázek **nemůžete** složit z těchto částí?

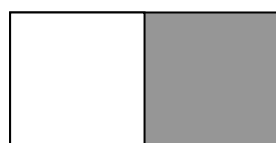


Úlohy pro první ročník

4. Barevně obtáhněte **nejkratší** cestu.



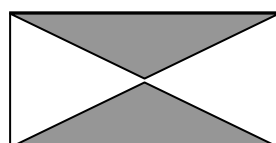
5. Která část obdélníka je větší?



bílá

černá

obě stejné



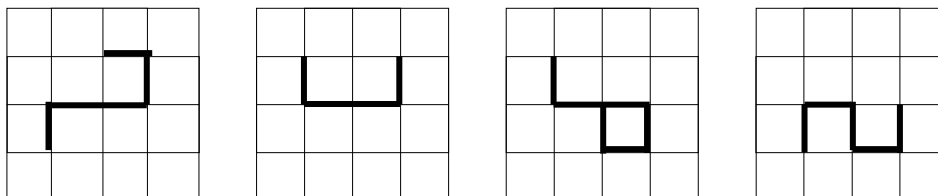
bílá

černá

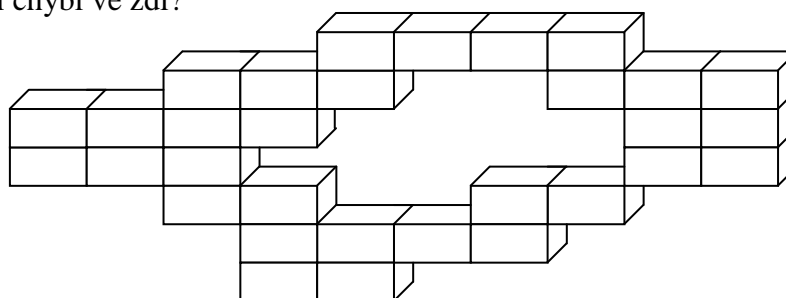
obě stejné

Úlohy pro druhý a třetí ročník

4. Z různých provázků byly vytvořeny tyto obrazce. Který provázek byl **nejdelší**?



5. Kolik cihel chybí ve zdi?

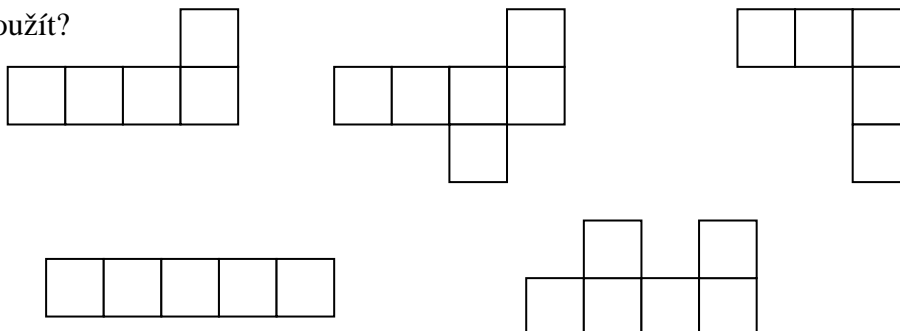


Úlohy pro čtvrtý a pátý ročník

4. Který obrazec, vytvořený ze stejných zápalek, má **největší** obvod?

- trojúhelník
- čtverec
- šestiúhelník
- osmiúhelník
- pětiúhelník

5. Chceme slepit papírovou krabičku tvaru krychle bez víčka, ale s dvojitým dnem, aby byla pevnější. Který z tvarů **můžeme** ke zhotovení krabičky použít?



Úlohy jsou hodnoceny jako úspěšně vyřešené či nesprávně vyřešené. Za úspěšně vyřešené úlohy jsou považovány ty, kde respondent označil jediné správné řešení nebo napsal správný výsledek. Nesprávně vyřešené úlohy jsou takové úlohy, ve kterých se respondent dopustil chyby, označil více než jednu možnost nebo úlohu nevyřešil. V úloze číslo pět pro první ročník musí být zodpovězeny správně obě části otázky, aby byla úloha považována za úspěšně vyřešenou. V úloze číslo pět pro druhý a třetí ročník je za správnou odpověď uznáván výsledek 13 (cihly vyplňující prostor ve zdi) i 39 (cihly doplňující průřez zdi na obdélník). Správné řešení testů je uvedeno v přílohách P5, P7 a P9.

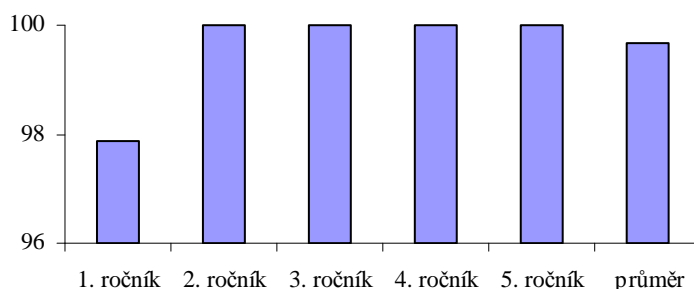
3. Výsledky průzkumu

Testy byly žákům zadány v průběhu týdne, na jaře 2006, průzkumu se zúčastnilo 297 respondentů z prvních až pátých ročníků. Uvědomuji si, že počet zúčastněných žáků je poměrně nízký a může tak způsobit zkreslení výsledků. V prvních ročnících jsem vždy přečetla zadání úlohy a žáci měli čas na její vypracování. V ostatních ročnících pracovali žáci samostatně, pokud zadání nerozuměli, mohli se zeptat. Nejvíce dotazů se týkalo třetí úlohy, mladší žáci (1. a 2. ročník) měli problémy s jejím pochopením, ve vyšších ročnících se žáci ptali, zda je možné tvary otáčet. Test nebyl časově omezen, v prvním ročníku jej žáci řešili asi patnáct minut, v ostatních ročnících se doba řešení pohybovala od pěti do deseti minut. Všichni respondenti byli vyzváni, aby pracovali samostatně. V prvním a druhém ročníku však žáci často spolupracovali, někteří si kontrolovali výsledky se sousedem a debatovali o správném řešení, někdo nahlas vyslovil výsledek. Ukázky žákovského řešení testů obsahují přílohy P6, P8 a P10.

Výsledky úspěšnosti žáků v testových úlohách jsou znázorněny pomocí grafů. První tři grafy jsou věnovány společným úlohám, zjišťují věkové rozdíly ve správnosti výsledků řešených úloh, nezohledňují rozdíly mezi experimentálními a kontrolními skupinami. Tyto rozdíly jsou zpracovány dále v rámci jednotlivých ročníků. Poslední sloupec grafu ukazuje průměrnou úspěšnost všech tříd.

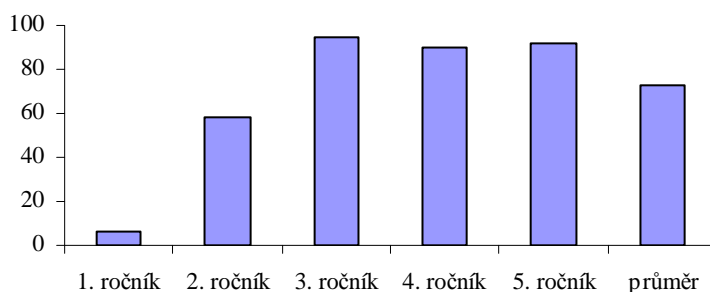
3.1 Porovnání výsledků podle věku respondentů

První úloha byla zaměřena na pozornost a zrakové vnímání, předpokládala jsem vysokou úspěšnost při jejím řešení. Tento předpoklad se potvrdil, úlohu vyřešila špatně pouze jedna dívka z prvního ročníku. V grafu je zpracována úspěšnost žáků jednotlivých ročníků (uvedená v procentech) při řešení první úlohy. Pro tento graf jsem zvolila měřítko s dílkem o velikosti 2% a rozsahem od 96 do 100%, aby byl rozdíl patrný, v ostatních grafech odpovídá jeden dílek 20% a rozsah je od 0 do 100%.



Graf 1: Výsledky 1. úlohy v závislosti na věku respondentů

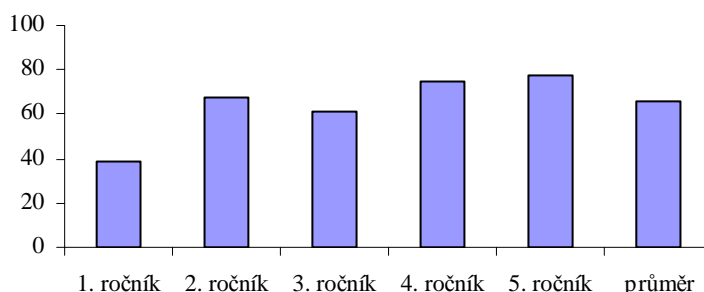
Druhá úloha, počítání čtverců v obrazci. Chybné řešení jsem předpokládala u žáků prvního a druhého ročníku, očekávala jsem, že čtverec stojící na špičce budou považovat za kosočtverec. V těchto ročnících se skutečně vyskytlo nejvíce chyb, žáci uváděli počty čtverců od jednoho do osmi. V úloze chybovali i starší žáci, některé chyby byly způsobeny špatným přečtením zadání, žáci namísto čtverců počítali trojúhelníky. Průměrná úspěšnost řešení úlohy činí 73 procent.



Graf 2: Výsledky 2. úlohy v závislosti na věku respondentů

Třetí úloha byla ze společného základu nejobtížnější. Očekávala jsem, že při jejím řešení uspějí žáci experimentální první třídy, kteří pracovali s mozaikou a

vytvářeli podobné obrazce. Tento předpoklad se neprokázal. Respondenti si při řešení úlohy pomáhali rozdělením obrazců na základní tvary, přesto se v jejich řešení vyskytlo velké množství chyb. Stoupající tendenci úspěšnosti řešení narušují výsledky třetího ročníku. Průměrná úspěšnost je šedesát šest procent.

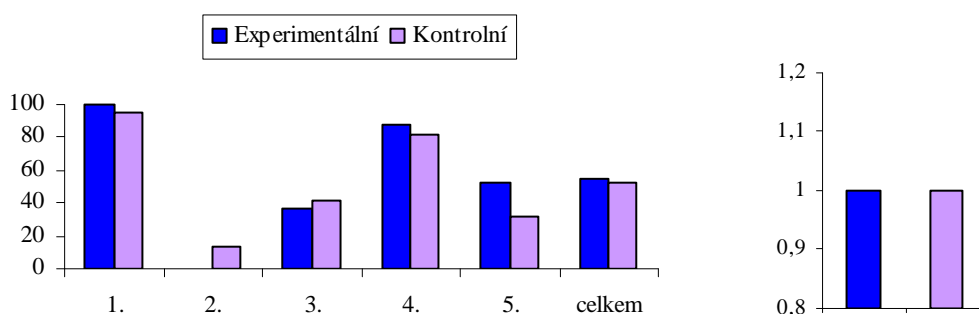


Graf 3: Výsledky 3. úlohy v závislosti na věku respondentů

Výsledky testů ukázaly podstatně nižší úspěšnost žáků prvních ročníků. Ve druhé úloze můžeme pozorovat také rozdíl mezi žáky druhého ročníku a žáky staršími, u třetí úlohy to však již neplatí.

3.2 Porovnání výsledků žáků experimentálních a kontrolních tříd

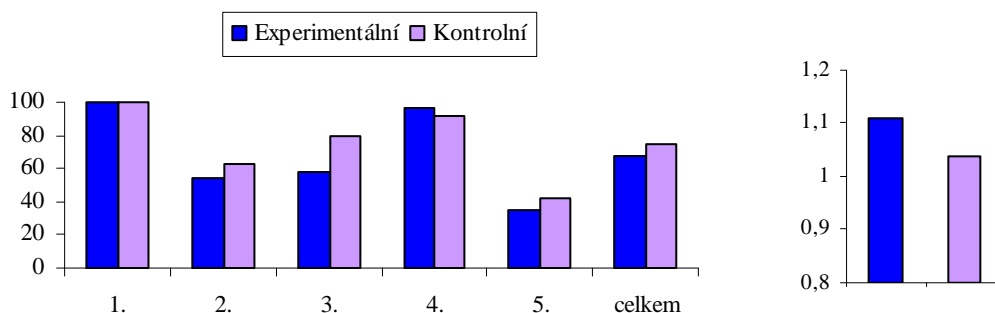
V následujících grafech je znázorněna úspěšnost žáků experimentální třídy a žáků kontrolní třídy. Výsledky testů srovnáváme s průměrnou známkou z matematiky v těchto třídách. Každý graf je věnován jednomu ročníku, zahrnuje výsledky všech pěti úloh, které byly žákům předloženy a celkovou úspěšnost v testu.



Graf 4: Úspěšnost žáků 1. ročníků

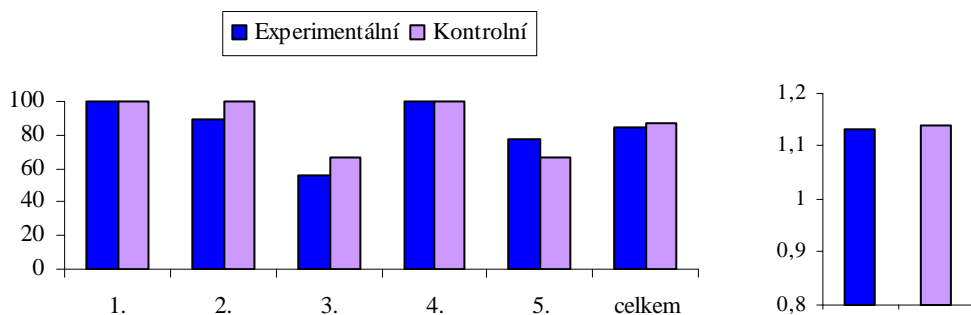
Jak je patrné z grafu, žáci měli největší problémy s řešením druhé úlohy, tj. počítání čtverců v obrazci. Z úloh zadávaných pouze v prvním ročníku činila větší

problémy poslední úloha, porovnávání plochy. Nízká úspěšnost v této úloze je mimo jiné zapříčiněna také tím, že za správné řešení bylo považováno pouze takové řešení, kdy žáci správně odpověděli na obě části úlohy. Někteří žáci chybovali také ve čtvrté úloze, v jednom případě respondent označil nejkratší úsečky, nejednalo se však o spojnice bodů. Obě třídy mají shodnou průměrnou známku z matematiky. Celkově v testu lépe uspěla experimentální třída, rozdíl je velmi malý.



Graf 5: Úspěšnost žáků 2. ročníků

Ve druhém ročníku lépe uspěli žáci kontrolní třídy, tento výsledek odpovídá rozdílu průměrných známek z matematiky. V obou třídách měli žáci největší problémy s řešením poslední úlohy, počítání cihel. Pomáhali si dokreslením zdi, často však chybovali ve vedení úseček. Někteří zeď správně dokreslili, ale špatně spočítali dokreslené obdélníky.

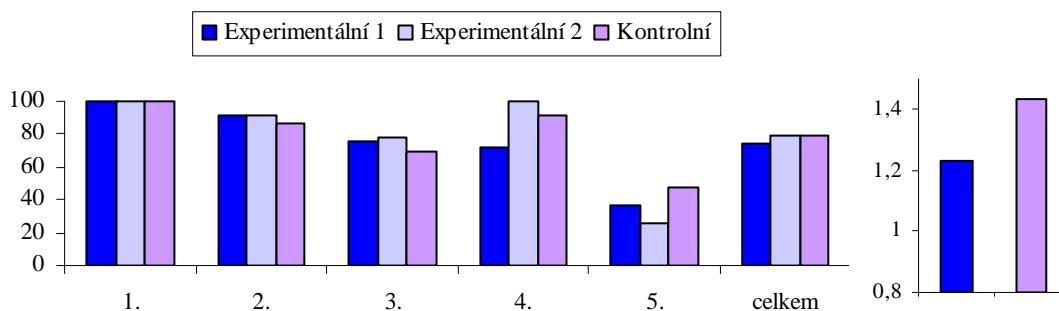


Graf 6: Úspěšnost žáků 3. ročníků

Žáci třetích ročníků byli při řešení testu úspěšní, můžeme pozorovat výrazně lepší výsledky než u žáků druhého ročníku, kterým byl předložen stejný test. Rozdíly mezi jednotlivými třídami byly malé. V poslední úloze někteří žáci počítali kromě cihel chybějících uvnitř zdi také ty, které by ji doplnily na kvádr,

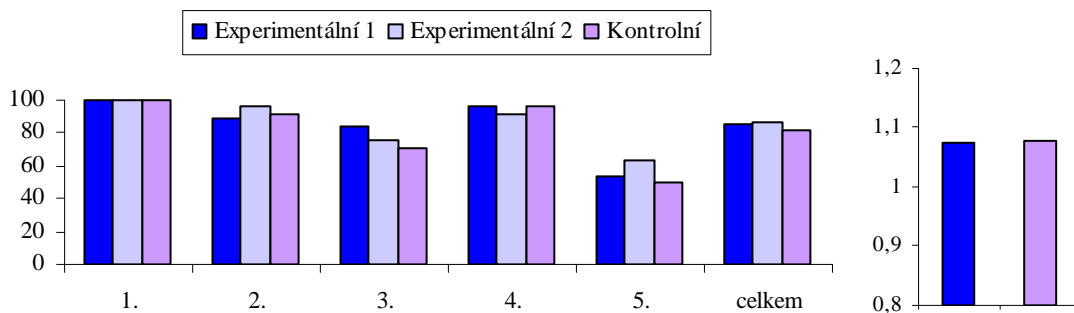
také tento výsledek byl považován za správný. Projevovala se nejistota žáků, někteří opravovali svůj výsledek, úlohu několikrát přepočítávali. Celkově uspěli lépe žáci kontrolní třídy, přestože jejich průměr z matematiky je horší než průměr žáků z experimentální třídy.

V grafech úspěšnosti čtvrtých a pátých ročníků se objevuje druhá experimentální třída. Jedná se o třídy, ve kterých byla také provedena experimentální hodina, jsou však z jiné školy. V těchto třídách se nám nepodařilo získat průměrné známky z matematiky.



Graf 7: Úspěšnost žáků 4. ročníků

Žáci čtvrtých ročníků zvládali úlohy společného základu. Respondentům činila problémy čtvrtá úloha, neuměli si představit jednotlivé tvary, nevěděli co je osmiúhelník. Za správnou odpověď označovali čtverec. Žáci si pomáhali obrázkem, v jednom případě se objevil dokonce nekonvexní tvar. Poslední úloha byla pro žáky obtížná, jako odpověď v několika případech napsali nevím. Celková úspěšnost se v testovaných třídách téměř neliší. Hůře dopadla první experimentální třída, její výsledek je o čtyři procenta horší než výsledky ostatních tříd, přestože v prospěchu je lepší než třída kontrolní.



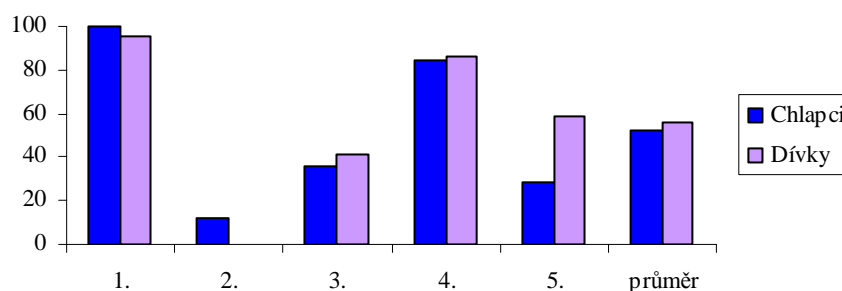
Graf 8: Úspěšnost žáků 5. ročníků

Ani v pátém ročníku se neprojevily výraznější rozdíly mezi třídami. Lepší úspěšnost je u obou experimentálních tříd, které v testu celkově získaly 85 a 86 procent. Úspěšnost kontrolní třídy byla 82 procent, přičemž průměrná známka této třídy je o 0,003 horší než třídy experimentální. V páté úloze odpovídali žáci lépe než čtvrtáci. Ve všech třídách bylo v době průzkumu opakováno učivo o krychli. Nejčastější chybou v této úloze bylo označení sítě krychle (žáci měli vybrat síť, ze které bude možné složit krabičku bez víčka s dvojitém dnem).

Působení experimentální hodiny se projevilo v prvním a pátém ročníku, kde při stejném nebo téměř stejném průměru z matematiky v testu lépe uspěli žáci experimentálních tříd. Ve druhém ročníku koreluje horší výsledek v testu s vyšším průměrem třídy. Výsledek experimentu se neprojevilo ve třetím a čtvrtém ročníku, kde lépe uspěli žáci kontrolních tříd. Především ve čtvrtém ročníku neodpovídá výsledek testu průměrným známkám z matematiky. V těchto třídách byly testy zadány třídními učitelkami a právě v experimentální třídě žáci na některé z úloh neodpověděli.

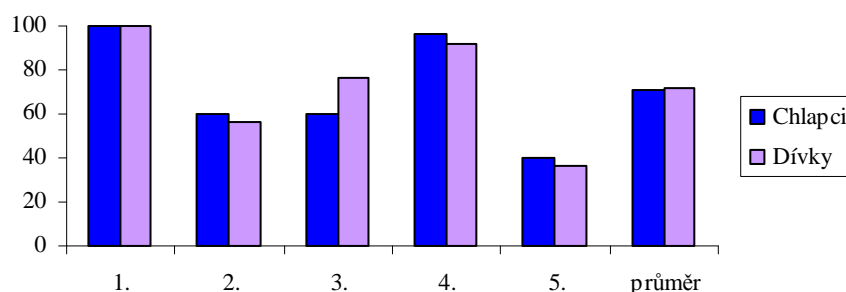
3.3 Porovnání úspěšnosti respondentů podle pohlaví

Výsledky jsou rozděleny do jednotlivých ročníků, nerozlišujeme mezi experimentálními a kontrolními třídami, soustředíme se pouze na porovnání dívek a chlapců v jednotlivých úlohách. Ačkoliv mezi dospělými se obvykle uvádí lepší prostorová představivost u mužů než u žen, u dětí prvního stupně je uváděna tato schopnost u dívek i chlapců ve stejné míře. V zadaném testu jsem tedy očekávala rovnocenné výsledky dívek a chlapců. Tento předpoklad se potvrdil, nejvíce rovnocenné byly výsledky u žáků třetích ročníků. V dalších ročnících se výsledky lišily u jednotlivých úloh.



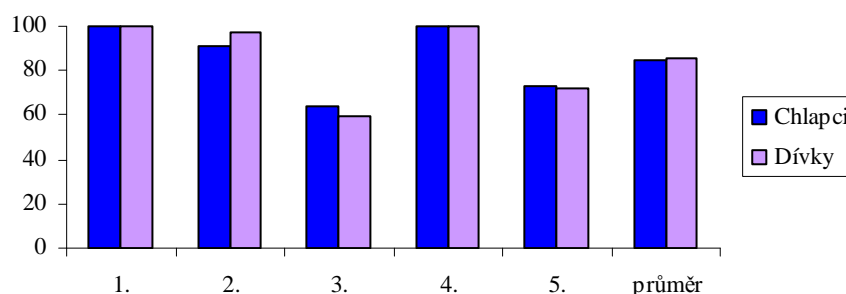
Graf 9: Úspěšnost žáků prvního ročníku

V prvním ročníku vidíme nízkou úspěšnost v řešení druhé úlohy, vyřešili ji pouze tři žáci. Výraznější rozdíl mezi chlapci a dívkami se objevil v poslední úloze, dívky zde byly dvakrát úspěšnější než chlapci. Jak je patrné, žáci nemají problémy s odhadem délky úsečky, odhad obsahu je pro ně ještě obtížný.



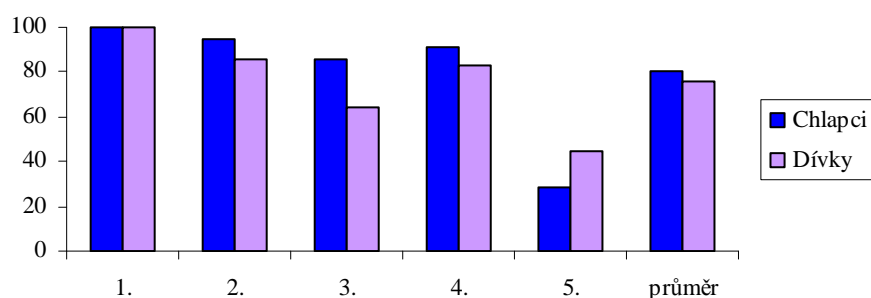
Graf 10: Úspěšnost žáků druhého ročníku

Ve druhém ročníku se objevily vyrovnané výsledky, ve druhé, čtvrté a páté úloze činí rozdíl úspěšnosti pouze dvě procenta, ve všech těchto případech byli lepší chlapci. Větší rozdíl se objevil u třetí úlohy, činil 16 procent ve prospěch dívek.



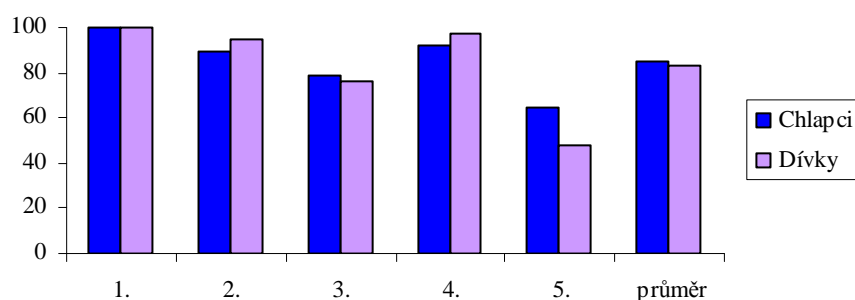
Graf 11: Úspěšnost žáků třetího ročníku

Dívky ve třetím ročníku byly úspěšnější v druhé a páté úloze, ve třetí úloze byli lepší chlapci. V první a čtvrté úloze odpověděli všichni žáci správně. Rozdíly mezi pohlavími byly zanedbatelné.



Graf 12: Úspěšnost žáků čtvrtého ročníku

Ve čtvrtém ročníku uspěli chlapci lépe ve druhé, třetí a čtvrté úloze, největší rozdíl se objevil u třetí úlohy, činil 22 procent. V poslední úloze však dosáhly lepších výsledků dívky, rozdíl byl 15 procent.



Graf 13: Úspěšnost žáků pátého ročníku

V pátých ročnících byli chlapci úspěšnější ve třetí a páté úloze, v páté úloze byl rozdíl úspěšnosti osmnáct procent. Dívky lépe uspěly ve druhé a čtvrté úloze, rozdíly byly malé. Obecně žáci pátých ročníků uspěli lépe než čtvrtáci. V poslední úloze si můžeme všimnout, že ve čtvrtém ročníku byly lepší dívky, zatímco v pátém ročníku dosáhli lepších výsledků chlapci.

Mezi celkovými výsledky chlapců a dívek se objevily jen malé rozdíly. Až do třetího ročníku byly úspěšnější dívky, ve čtvrtém a pátém ročníku lépe uspěli chlapci.

ZÁVĚR

Schopnost prostorové představivosti získávají žáci zkušeností s prostorovými úlohami ve škole či v životních situacích. Jejich zaujetí touto činností je závislé na motivaci a přiměřenosti úlohy. Význam má především vlastní objevování zákonitostí samotnými žáky. Právě toto objevování nám umožňují hry a hlavolamy. Při jejich zadávání dětem dbáme na přiměřenost úkolu schopnostem žáků. Mnoho her a hlavolamů nám umožňuje měnit obtížnost úlohy, či přidávat jednotlivé dílčí úkoly, které tak můžeme přizpůsobit schopnostem žáků. V nižších ročnících je nutná motivace ze strany učitele, žáci pátých případně čtvrtých tříd již chtějí sami objevovat a hlavolam je pro ně motivující sám o sobě.

V provedeném experimentu jsme se snažili zjistit vliv výuky s využitím hlavolamů na prostorovou představivost žáků. Lepší výsledky průzkum prokázal pouze u některých ze tříd, ve kterých proběhla experimentální hodina. Tento jev může být způsoben příliš krátkodobým působením na žáky. Přestože žáci v průběhu hodin soustředěně pracovali a hlavolamy je zaujaly, nezabývali se jimi po delší dobu. Z toho usuzujeme, že hlavolam může sloužit jako netradiční forma výuky geometrie, pro jeho dlouhodobé použití je však nutná průběžná motivace žáků.

Z průzkumu dále plyne, že úroveň prostorové představivosti závisí na věku žáků, ale pouze v omezené míře. Horší prostorovou představivost jsme zjistili u žáků prvních ročníků. Také ve druhých ročnících byla míra prostorové představivosti nižší než u starších dětí. Další rozdíly však nebyly příliš výrazné.

Úspěšnost obou pohlaví v testových úlohách byla vyrovnaná, do třetího ročníku dosáhly lepších výsledků dívky, ve čtvrtém a pátém ročníku lépe uspěli chlapci. Podobně se žáci projevovali v průběhu hodin, kdy se spíše objevovaly individuální rozdíly mezi dětmi nezávisle na věku. V testu se však žádné výraznější rozdíly neprojevyly.

Na závěr bych chtěla ocitovat vyjádření jedné učitelky, která se zúčastnila experimentální hodiny. „Pro děti to bylo určitě prospěšné, všichni si skládali, ale pak na to není čas, ani elán.“ Učitelé předávají svým žákům to, co sami umí. Jak tedy rozvíjet prostorovou představivost u dětí? Jen tak, že si jako učitelé sami oblíbíme úlohy, které mohou tuto schopnost rozvíjet. Odložte tedy prosím knihu a vyzkoušejte sami sebe. Dokážete vyřešit úlohy, které předkládáme dětem?

POUŽITÉ ZDROJE

Odborná literatura

- [1] BAKALÁŘ, E., KOPSKÝ, V.: *I dospělí si mohou hrát*. 2.vyd. upravené a doplněné. Praha: Pressfoto 1987. 59-067-84
- [2] ČÁP, J., MAREŠ, J.: *Psychologie pro učitele*. 1. vyd. Praha: Portál 2002. ISBN 80-7178-463-X
- [3] DEMETEROVÁ, V.: *Hlavyolamy: Sirkové – deskové – dominové*. 1. vyd. Havlíčkův Brod: Fragment 2005. ISBN 80-253-0045-5
- [4] GAVORA, P.: *Úvod do pedagogického výzkumu*. Brno: Paido 2000. ISBN 80-85931-79-6
- [5] HEJNÝ, M. a kol.: *Teória vyučovania matematiky 2*. 2. vyd. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo 1990. ISBN 80-08-01344-3
- [6] KAŠOVÁ, J. a kol.: *Škola trochu jinak*. Kroměříž: IUVENTA 1995.
- [7] KREJČOVÁ, E., VOLFOVÁ, M.: *Didaktické hry v matematice*. 3. vyd. Hradec Králové: Gaudeamus 2001. ISBN 80-7041-423-5
- [8] KUŘINA, F.: *Problémové vyučování v geometrii*. 1. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství 1976. 14-532-76
- [9] *Národní škola: výchovně vzdělávací projekt pro žáky 1. – 9. ročníku základní školy*. 1. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství 1997. ISBN 80-04-26683-5
- [10] *Návrh učebních osnov obecné školy* (rozšířené vydání). Praha: Portál 1995. ISBN 80-7178-061-8
- [11] PŮLPÁN, Z., KUŘINA, F., KEBZA, V.: *O představivosti a její roli v matematice*. 1. vyd. Praha: Academia 1992. ISBN 80-200-0444-0
- [12] *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. 1. vyd. Praha: INFRA 2005. ISBN 80-86666-24-7
- [13] *Slovník spisovné češtiny pro školu a veřejnost s Dodatkem Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy České republiky*. Dotisk opraveného a doplněného 2. vyd. Praha: Academia 2000. ISBN 80-200-0493-9
- [14] VÁGNEROVÁ, M.: *Vývojová psychologie: Dětství, dospělost, stáří*. 1. vyd. Praha: Portál 2000. ISBN 80-7178-308-0
- [15] *Vzdělávací program základní škola*. 2. doplněné vyd. Praha: MŠMT ČR 1998 ISBN 80-7168-595-X
- [16] ZAPLETAL, M.: *Kniha hlavyolamů*. 1. vyd. Praha: Albatros 1983.

Učebnice

- [17] BLAŽKOVÁ, R. a kol.: *Matematika pro 4. ročník základních škol: 1. díl*. 1. vyd. Praha: Alter 1996. ISBN 80-85775-50-6
- [18] BLAŽKOVÁ, R. a kol.: *Matematika pro 4. ročník základních škol: 2. díl*. 2. vyd. Praha: Alter 2000. ISBN 80-85775-96-4

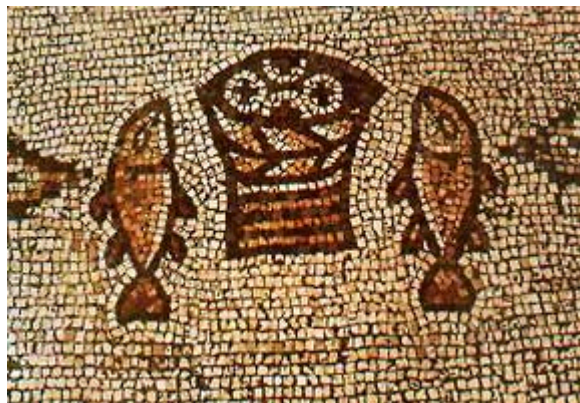
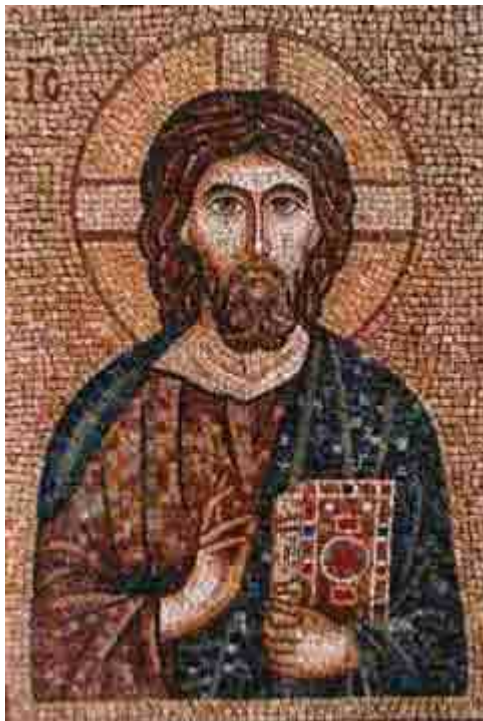
- [19] BLAŽKOVÁ, R. a kol.: *Matematika pro 4. ročník základních škol: 3. díl.* 2. vyd. Praha: Alter 2000. ISBN 80-85775-98-0
- [20] CIHLÁŘ, J. a kol.: *Matematika pro čtvrtou třídu: Pracovní učebnice: 1. díl.* 1. vyd. Praha: Fortuna 1995. ISBN 80-7168-264-0
- [21] CIHLÁŘ, J. a kol.: *Matematika pro čtvrtou třídu: Pracovní učebnice: 2. díl.* 1. vyd. Praha: Fortuna 1995. ISBN 80-7168-236-5
- [22] COUFALOVÁ, J. a kol.: *Matematika pro čtvrtý ročník základní školy: 1. díl.* 1. vyd. Praha: Fortuna 1995. ISBN 80-7168-262-4
- [23] COUFALOVÁ, J. a kol.: *Matematika pro čtvrtý ročník základní školy: 2. díl.* dotisk 1. vyd. Praha: Fortuna 1997. ISBN 80-7168-299-3
- [24] COUFALOVÁ, J. a kol.: *Matematika pro pátý ročník základní školy: Část první.* 1. vyd. Praha: Fortuna 1997. ISBN 80-7168-488-0
- [25] COUFALOVÁ, J. a kol.: *Matematika pro pátý ročník základní školy: Část druhá.* 1. vyd. Praha: Fortuna 1998. ISBN 80-7168-528-3
- [26] DIVÍŠEK, J., HOŠPESOVÁ, A., KUŘINA, F.: *Svět čísel a tvarů: Matematika pro 4. ročník.* 1. vyd. Praha: Prometheus 1999. ISBN 80-7196-157-4
- [27] JUSTOVÁ, J.: *Matematika pro 5. ročník základních škol: 1. díl.* 2. vyd. Praha: Alter 2000. ISBN 80-85775-70-0
- [28] JUSTOVÁ, J.: *Matematika pro 5. ročník základních škol: 2. díl.* 2. doplněné vyd. Praha: Alter 2000. ISBN 80-85775-71-9
- [29] JUSTOVÁ, J.: *Matematika pro 5. ročník základních škol: 3. díl.* 2. upravené vyd. Praha: Alter 2002. ISBN 80-85775-94-8
- [30] KASLOVÁ, M., JAROŠOVÁ, J., NECHANICKÁ, R.: *Matematika 4.* Praha: SPN 1999. ISBN 80-7235-097-8
- [31] KOMAN, M., KUŘINA, F., TICHÁ, M.: *Matematika pro 4. ročník základní školy: Učebnice.* 1. vyd. Praha: Matematický ústav AV ČR 1996. ISBN 80-85823-22-5
- [32] KOMAN, M., KUŘINA, F., TICHÁ, M.: *Matematika pro 5. ročník základní školy: Učebnice.* 1. vyd. Praha: Matematický ústav AV ČR 1997. ISBN 80-85823-25-X
- [33] MIKULENKOVÁ, H., KONEČNÁ, L.: *Matematika pro 4. ročník základních škol: 1. díl.* 1. vyd. Olomouc: Prodos 1993. ISBN 80-85806-16-9
- [34] MIKULENKOVÁ, H., MOLNÁR, J.: *Matematika pro 4. ročník základních škol: 2. díl.* 1. vyd. Olomouc: Prodos 1993. ISBN 80-85806-17-7
- [35] MIKULENKOVÁ, H., MOLNÁR, J.: *Matematika pro 4. ročník základních škol: 3. díl.* 1. vyd. Olomouc: Prodos 1994. ISBN 80-85806-18-5
- [36] MOLNÁR, J., MIKULENKOVÁ, H.: *Matematika pro 4. ročník: 1. díl.* Olomouc Prodos. ISBN 80-85806-52-5
- [37] MOLNÁR, J., MIKULENKOVÁ, H.: *Matematika pro 4. ročník: 2. díl.* Olomouc Prodos. ISBN 80-85806-53-3
- [38] MOLNÁR, J., MIKULENKOVÁ, H.: *Matematika pro 4. ročník: 3. díl.* Olomouc Prodos. ISBN 80-85806-54-1
- [39] MOLNÁR, J., MIKULENKOVÁ, H.: *Matematika: 5. ročník.* Olomouc: Prodos 1996. ISBN 80-85806-55-X

- [40] *Počítejte s Klokánem* kategorie Klokánek: *Sbírka úloh pro 4. a 5. ročník z mezinárodní soutěže Matematický klokan 1995 – 1999*. 1. vyd. Olomouc: Prodos 2000. ISBN 80-7230-058-X
- [41] ROSECKÁ, Z., RŮŽIČKA, J.: *Počítám a uvažuji. Geometrie kolem nás: početnice pro 4. třídu*. Brno: Nová škola Brno 1995. ISBN 80-85607-30-1
- [42] ROSECKÁ, Z., RŮŽIČKA, J.: *Uvažuj, odhaduj, počítej. Jak je lehká geometrie: Učebnice matematiky pro 5. ročník*. Brno: Nová škola 2003. ISBN 80-85607-36-0

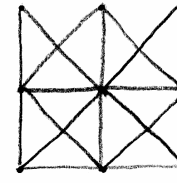
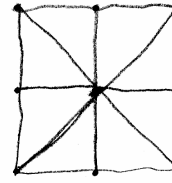
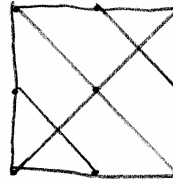
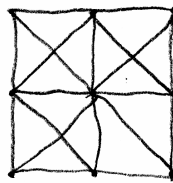
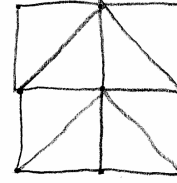
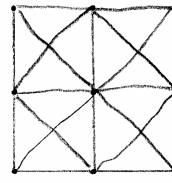
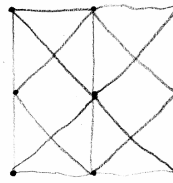
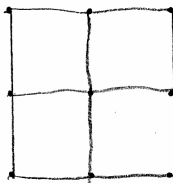
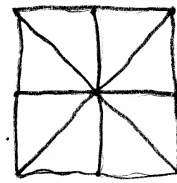
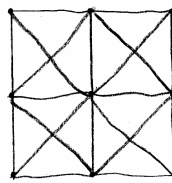
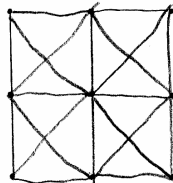
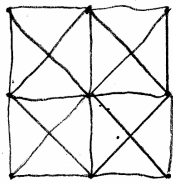
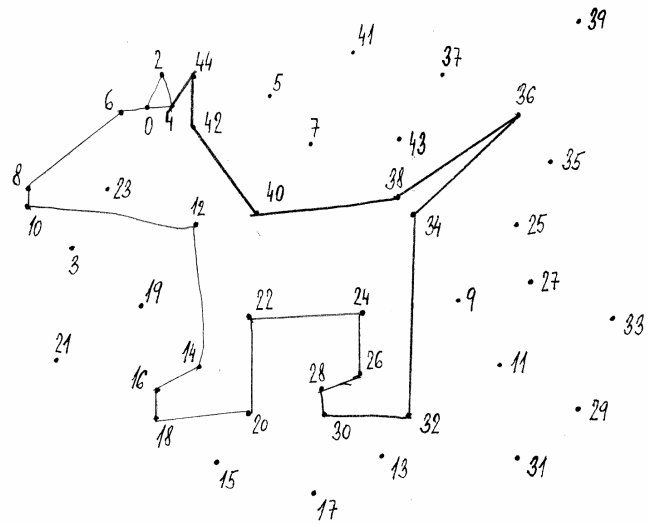
SEZNAM PŘÍLOH

Ukázka mozaik pro hodinu v 1. ročníku	P1
Pracovní list pro 2. ročník	P2
Pracovní list pro 4. ročník	P3
Pracovní list pro 5. ročník	P4
Vzorové řešení testu pro 1. ročník	P5
Žákovské řešení testu pro 1. ročník	P6
Vzorové řešení testu pro 2. a 3. ročník	P7
Žákovské řešení testu pro 2. a 3. ročník	P8
Vzorové řešení testu pro 4. a 5. ročník	P9
Žákovské řešení testu pro 4. a 5. ročník	P10
Úspěšnost žáků při řešení testů, podklady pro grafy	P11
Fotografie práce žáků	P12

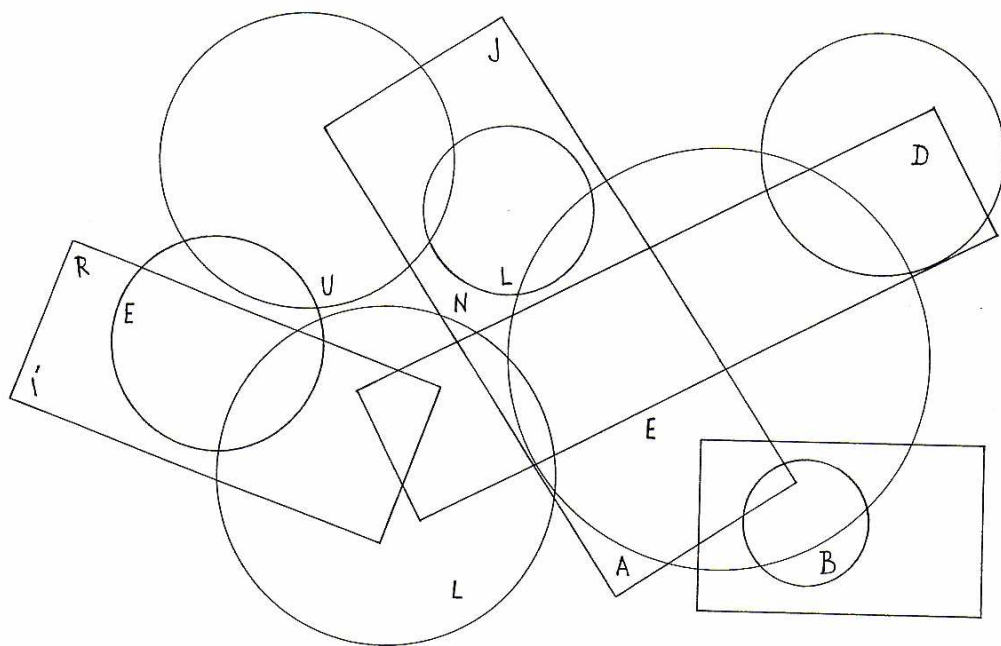
Ukázka mozaik pro hodinu v 1. ročníku



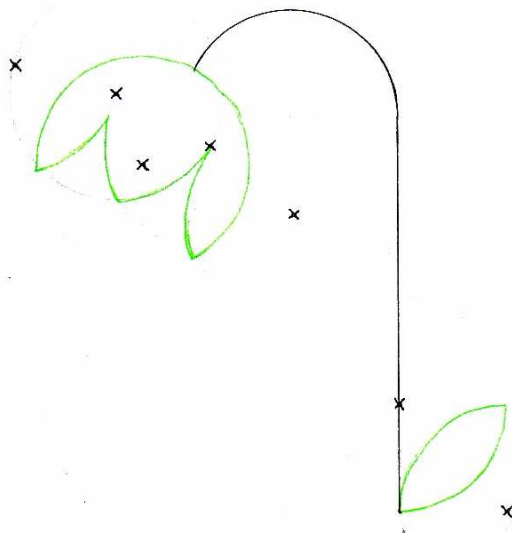
Pracovní list pro 2. ročník



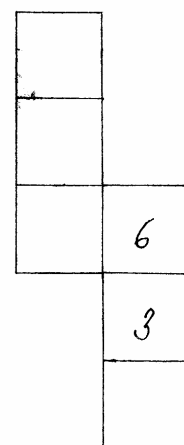
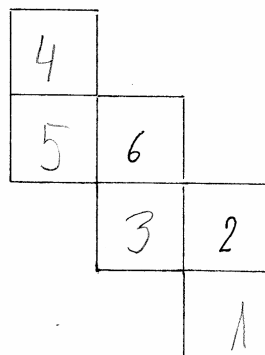
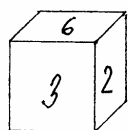
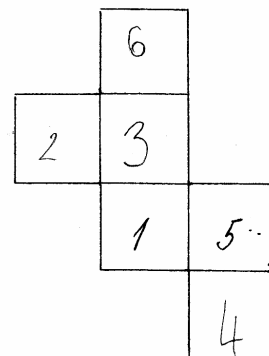
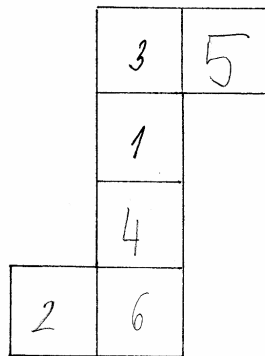
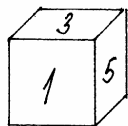
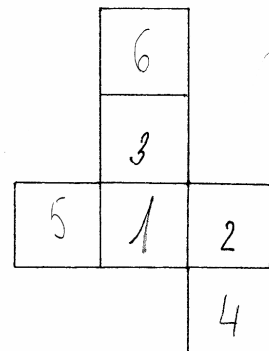
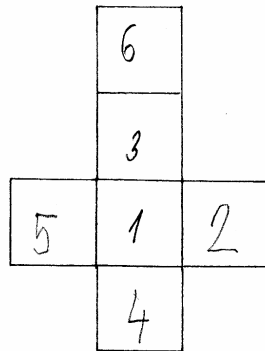
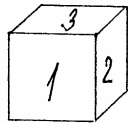
Pracovní list pro 4. ročník



BLEDULE JARNÍ

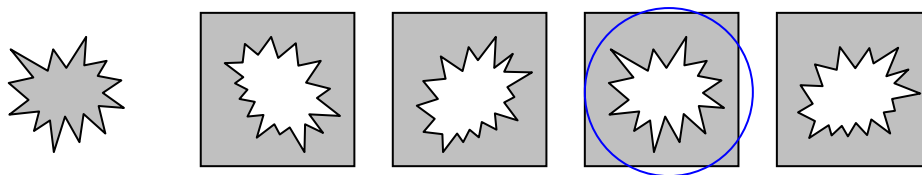


Pracovní list pro 5. ročník

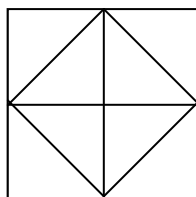


Vzorové řešení testu pro 1. ročník

2. Ze kterého listu papíru byla vystřižena hvězda?

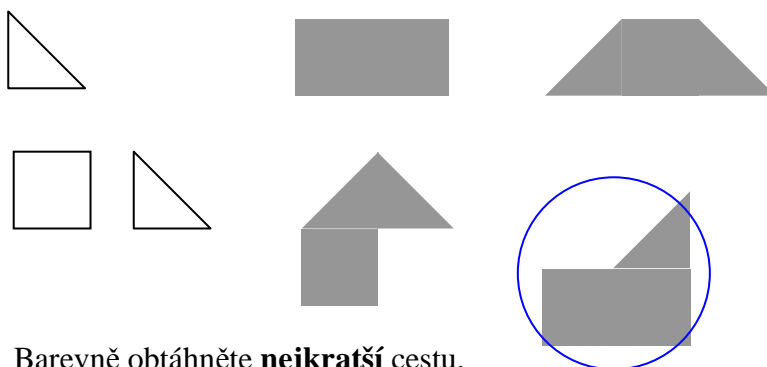


3. Kolik čtverců je na obrázku?

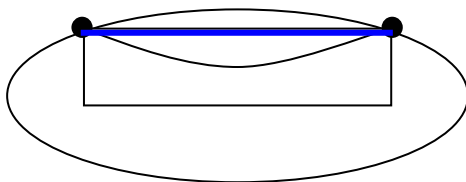


6

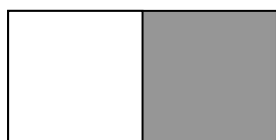
Který obrázek **nemůžete** složit z těchto částí?



6. Barevně obtáhněte **nejkratší** cestu.



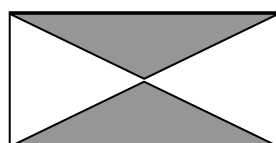
7. Která část obdélníka je větší?



bílá

černá

obě stejné



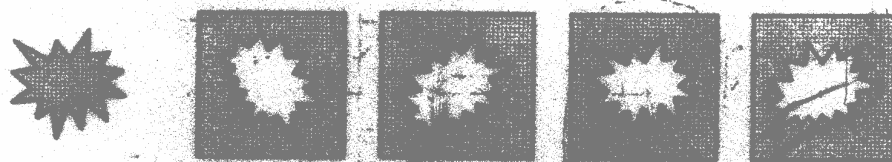
bílá

černá

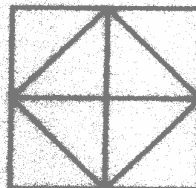
obě stejné

Žákovské řešení testu pro 1. ročník

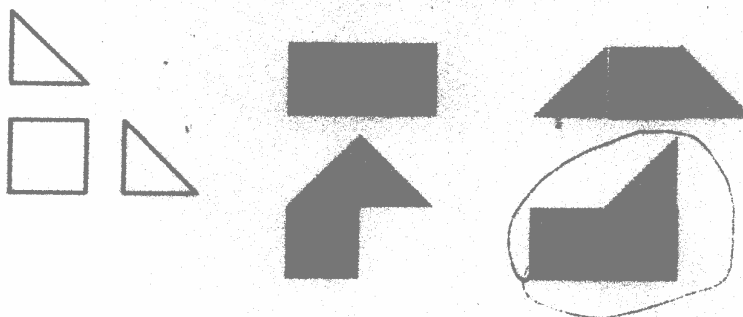
1. Ze kterého listu papíru byla vyměřena hvězda?



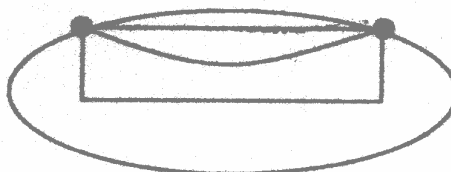
2. Kolik čtverců je na obrázku?



3. Který obrázek nemůžete složit z těchto částí?



4. Barevně obtáhněte nejkratší cestu.



5. Která část obdélníka je větší?



bílá

černá

obě stejné



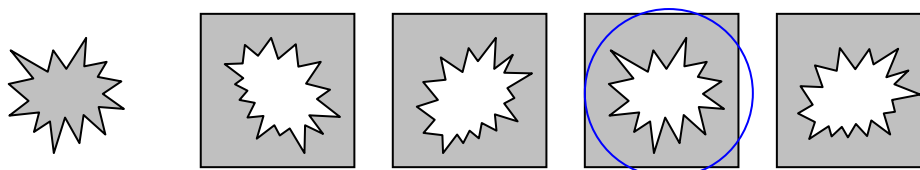
bílá

černá

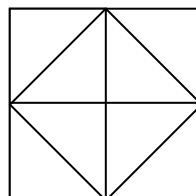
obě stejné

Vzorové řešení testu pro 2. a 3. ročník

1. Ze kterého listu papíru byla vystřižena hvězda?

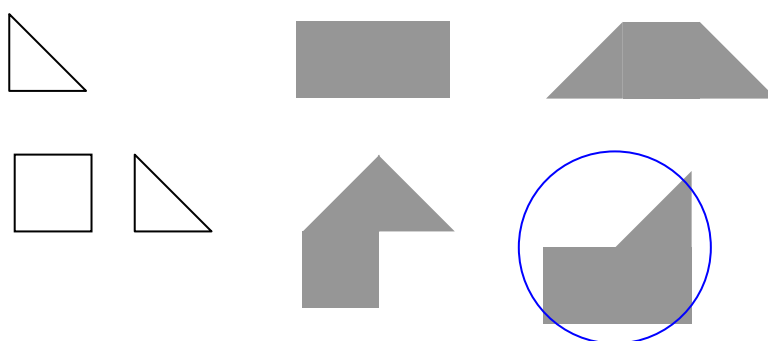


2. Kolik čtverců je na obrázku?

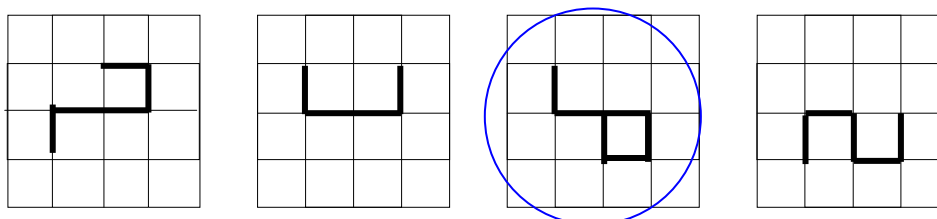


6

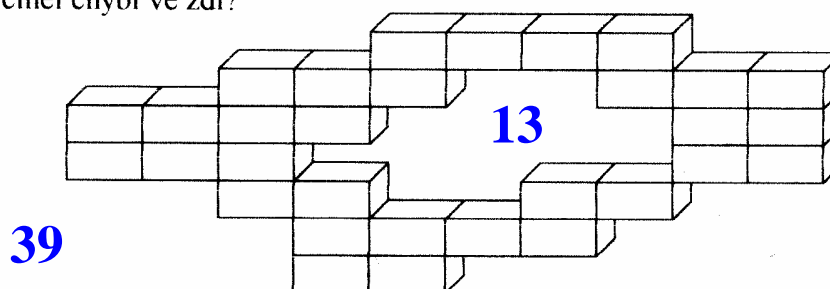
Který obrázek **nemůžete** složit z těchto částí?



6. Z různých provázků byly vytvořeny tyto obrazce. Který provázek byl **nejdelší**?

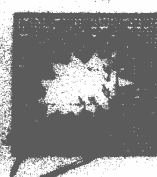
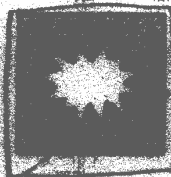
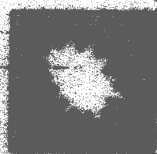


5. Kolik cihel chybí ve zdi?



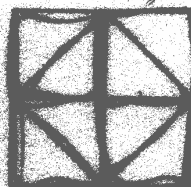
Žákovské řešení testu pro 2. a 3. ročník

1. Ze kterého listu papíru byla vystřižena hvězda?

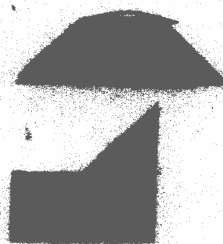
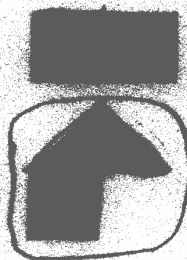


2. Kolik čtverců je na obrázku?

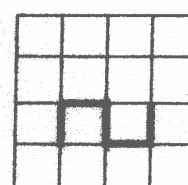
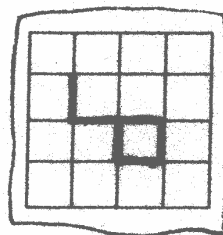
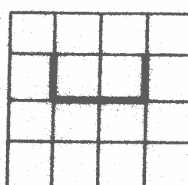
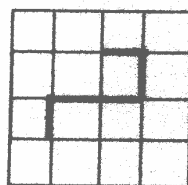
6



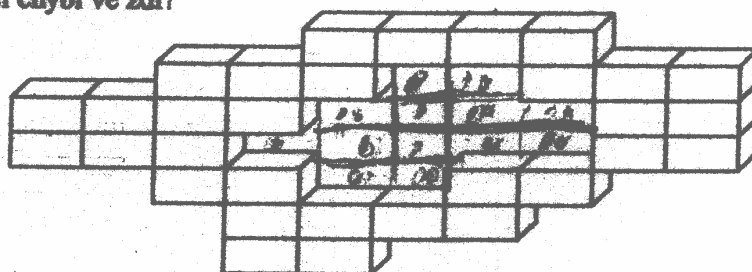
3. Který obrázek nemůžete složit z těchto částí?



4. Z různých provázků byly vytvořeny tyto obrázky. Který provázek byl nejdelší?



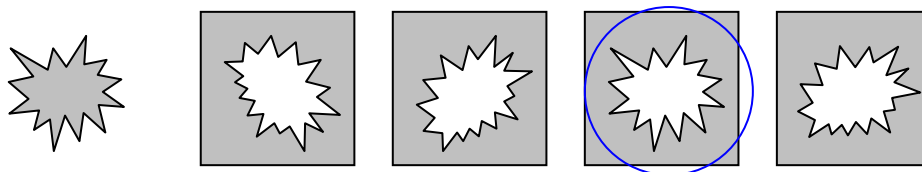
5. Kolik cihel chybí ve zdi?



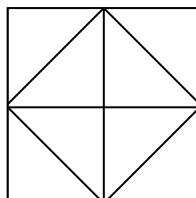
13

Vzorové řešení testu pro 2. a 3. ročník

1. Ze kterého listu papíru byla vystřižena hvězda?

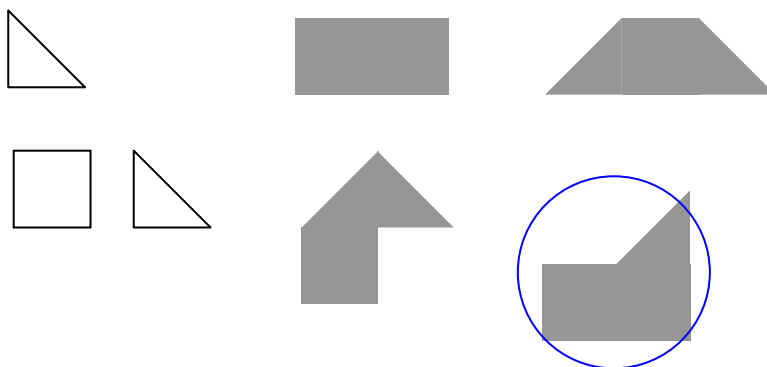


2. Kolik čtverců je na obrázku?



6

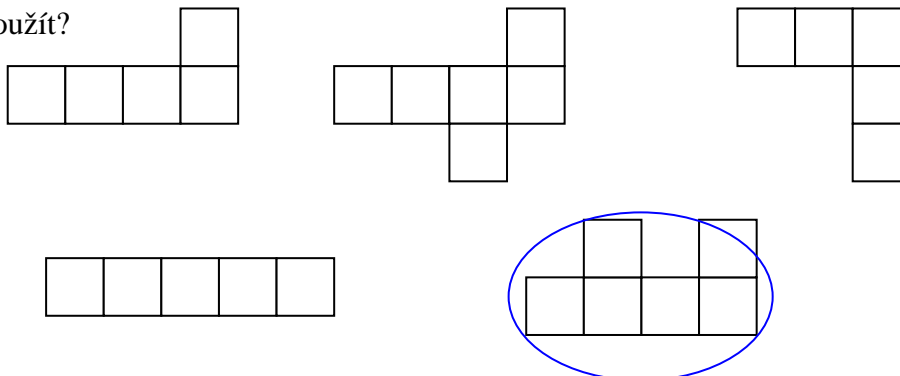
Který obrázek **nemůžete** složit z těchto částí?



5. Který obrazec, vytvořený ze stejných zápalek, má **největší** obvod?

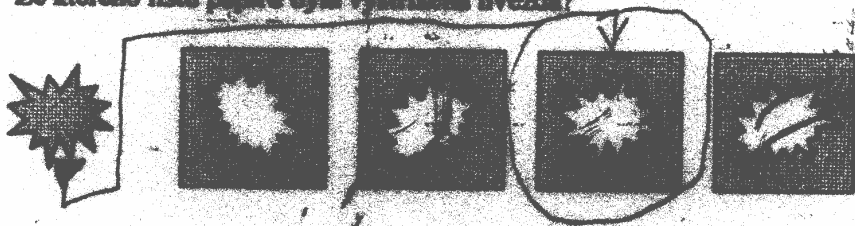
- trojúhelník
- čtverec
- šestiúhelník
- osmiúhelník
- pětiúhelník

6. Chceme slepit papírovou krabičku tvaru krychle bez víčka, ale s dvojitým dnem, aby byla pevnější. Který z tvarů **můžeme** ke zhotovení krabičky použít?

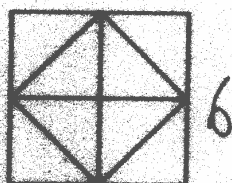


Žakovské řešení testu pro 4. a 5. ročník

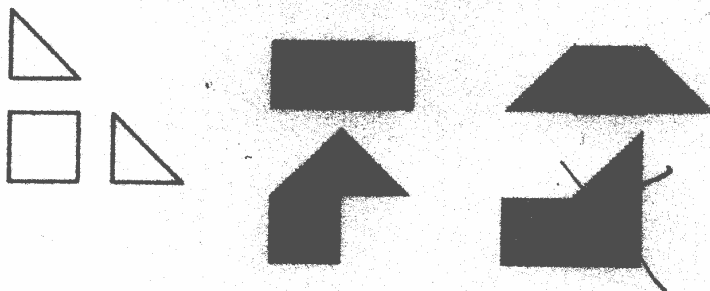
1. Ze kterého listu papíru byla vystřížena hvězda?



2. Kolik čtverců je na obrázku?



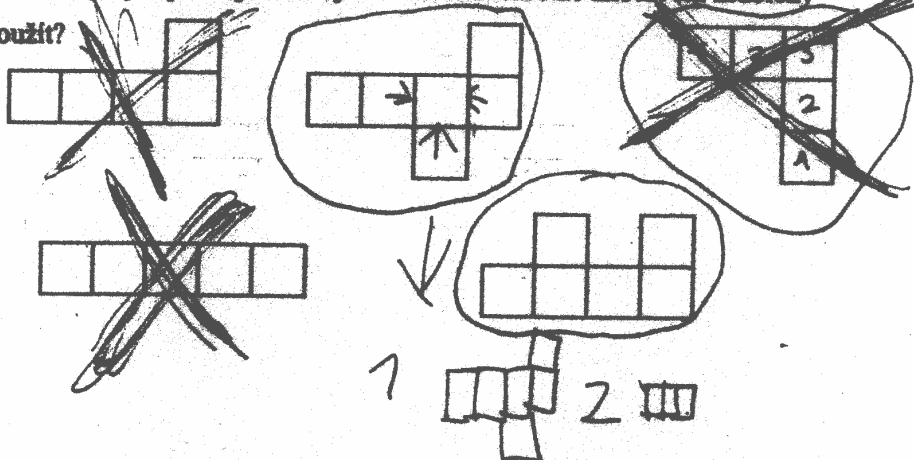
3. Který obrázek nemůžete složit z těchto částí?



4. Který obrazec, vytvořený ze stejných zápalků, má největší obsah?

- trojúhelník 
 - čtverec 
 - šestiúhelník 
- ~~osmiúhelník~~  ~~pětúhelník~~ 

5. Chceme slepit papírovou krabičku tvaru krychle bez víčka, ale s dvojitým dnem, aby byla pevnější. Který z tvarů můžeme ke zhotovení krabičky použít?



Úspěšnost žáků při řešení testů, podklady pro grafy

1. ročník		počet žáků	1. úloha	2. úloha	3. úloha	4. úloha	5. úloha
experimentální	chlapci	12	12	0	3	10	4
	dívky	13	13	0	6	12	9
kontrolní	chlapci	13	13	3	6	11	3
	dívky	9	8	0	3	7	4

2. ročník		počet žáků	1. úloha	2. úloha	3. úloha	4. úloha	5. úloha
experimentální	chlapci	13	13	7	6	12	5
	dívky	13	13	7	9	13	4
kontrolní	chlapci	12	12	8	9	12	5
	dívky	12	12	7	10	10	5

3. ročník		počet žáků	1. úloha	2. úloha	3. úloha	4. úloha	5. úloha
experimentální	chlapci	12	12	10	6	12	11
	dívky	15	15	14	9	15	10
kontrolní	chlapci	10	10	10	8	10	5
	dívky	17	17	17	10	17	13

4. ročník		počet žáků	1. úloha	2. úloha	3. úloha	4. úloha	5. úloha
experimentální 1	chlapci	12	12	12	11	9	4
	dívky	13	13	11	8	9	5
experimentální 2	chlapci	12	12	10	10	12	2
	dívky	11	11	11	8	11	4
kontrolní	chlapci	11	11	11	9	11	4
	dívky	12	12	9	7	10	7

5. ročník		počet žáků	1. úloha	2. úloha	3. úloha	4. úloha	5. úloha
experimentální 1	chlapci	10	10	9	8	10	5
	dívky	16	16	14	14	15	9
experimentální 2	chlapci	15	15	14	11	13	13
	dívky	10	10	10	8	10	3
kontrolní	chlapci	12	12	10	10	11	6
	dívky	12	12	12	7	12	6

Fotografie práce žáků

